

Abbildungen mit Brechzahländerung

Moving

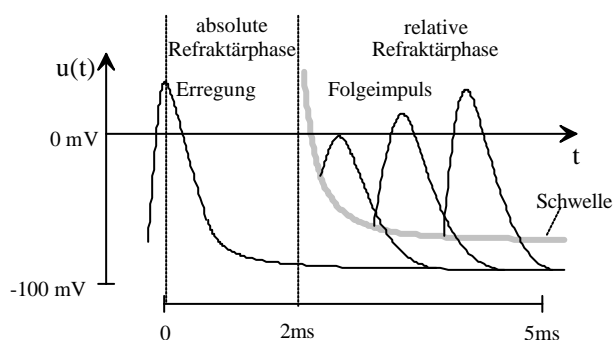
Um ein Bild im gesamtöglichen Abbildungsraum zu bewegen (es vor unserem geistigen Auge vorbeiziehen zu lassen), ist es nach unserer bisherigen, in Mikroprozessoren praktizierten Auffassung nötig, jeden Anschluß aller parallel ankommenden Übertragungsleitungen mit Multiplexer- Schaltungen an jeden möglichen Empfangsknoten zu schalten. Im eindimensionalen Raum schon fast nicht mehr vorstellbar, wird diese Vorstellung im zwei, drei, oder vierdimensionalen Raum vollkommen unrealistisch, und auch für biologische Komplexitätsverhältnisse absurd. Allein im eindimensionalen Raum wären für ein ankommendes, direktes Parallelbild der Auflösung von 1:500 und einer Bildfläche der Länge 5000 Raster zweieinhalb Millionen Multiplexer nötig. Im Zweidimensionalen wären es bereits $6,25E12$, im Dreidimensionalen $1,5625E19$ und -soll das Lebewesen auch noch einen Sinn für Bewegung haben- im Vierdimensionalen $3,91E25$ Multiplexer, die allein in der Nähe des Sehentrums unterzubringen wären. Bei einem angenommenen Volumen eines Neurons von $125\mu\text{m}^3$ würde dieser Teil des Gehirns $4,88\text{km}^3$ (Kubikkilometer) benötigen, und in wässriger Ausführung fünf Gigatonnen wiegen. Der Widerspruch zwischen Rechnung und Realität sollte ein Grund sein, nach anderen Wirkprinzipien zu suchen.

Steuerung neuronaler Verzögerungszeit

Die Annahme, daß bei Neuronen, die als Übertragungsleitungen arbeiten, über das Aktionspotential (Schwellpotential U_s) die Verzögerungszeit τ gesteuert werden kann

$$\tau = f(U_s)$$

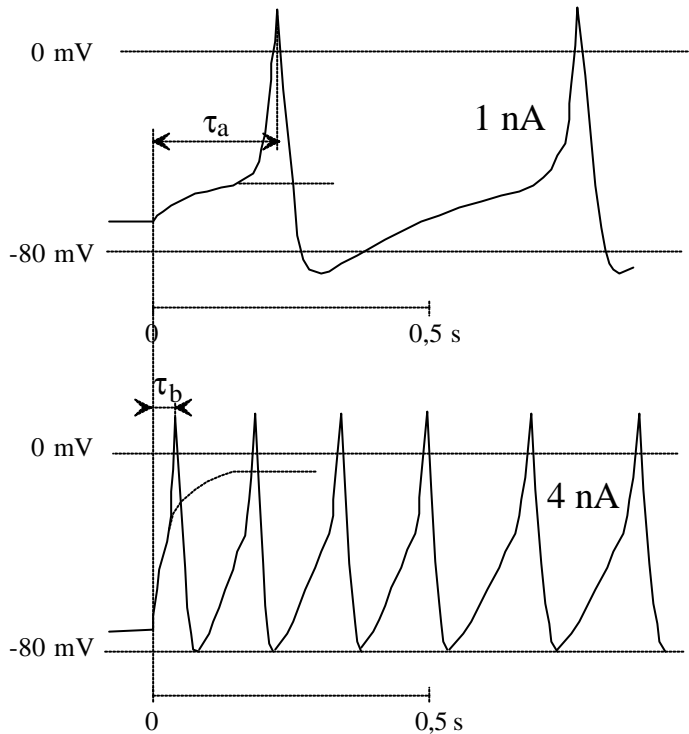
führt zu einem effizienteren Verfahren der Bildverschiebung.



Refraktärphase am Neuron nach einer Erregung. J. Dudel in Schmidt, S.27, Abb.2-9

Durch Steuerung des Schwellenpotentials wird die Ausschüttung im Na^+ -, K^+ - System beeinflusst. Um eine kürzere, relative Refraktärphase zu erhalten, muß das Neuron mit einer höheren

Reizschwelle erreicht werden^{38]}. Entsprechend antwortet die Zelle bei variierendem Schwellpotential früher oder später mit einem Folgeimpuls. Die gemessene Funktion $\tau = f(U_s)$ kann auch anders interpretiert werden: Wenn das Schwellpotential durch eine Potentialveränderung unbekannter Art im Zellhintergrund variiert wird, verändert sich die Verzögerungszeit des Neurons für einen Impuls mindestens um den Betrag, der durch die endliche Flankensteilheit des Impulses vorgegeben wird. Vergleiche dazu auch andere Messungen, zB. Schmidt^{39]}, Abb. 2-24.

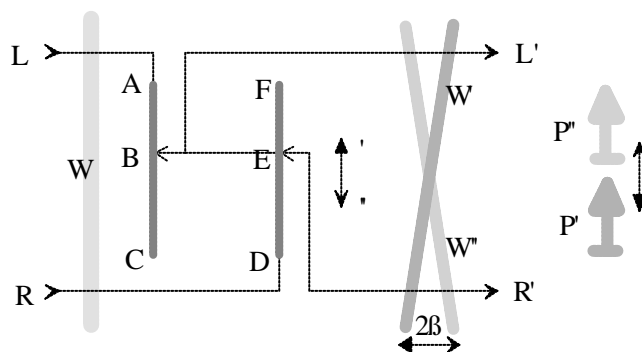


Rhythmische Impulsgenerierung am Neuron, ausgelöst durch einen bei $t = 0$ beginnenden, konstanten Reizstrom $I = 1 \text{ nA}$ bzw. $I = 4 \text{ nA}$. Nach Schmidt, S. 43, Abb. 2-24.

Technische Ersatzschaltung

Zur Veranschaulichung bildverändernder Eigenschaften nehmen wir an, es stehen ein die Verzögerungsfunktion des Neurons modellierende Schieberegler AC bzw. DF mit einstellbarer Verzögerungszeit zur Verfügung.

Eine orthogonal einfallende Wellenfront W wird entsprechend der Stellung der Abgriffe B, E um einen entsprechenden Winkel β gedreht. Die Welle verläßt den Schieber je nach Stellung der Abgriffe in Schrägstellung W oder W' . Der gesamte Bildraum wandert entsprechend mehr zur einen, oder mehr zur anderen Seite mit, symbolisiert durch die Bilder P' und P'' .



Die dargestellte Brückenschaltung hat den Vorzug, differentiell die Nullpunktlage zu erhalten. Die

^{38]} Schmidt, R.F., Thews, G.: Physiologie des Menschen. Springer-Verlag, 24. Auflage 1990

^{39]} Schmidt, R.F., Thews, G.: Physiologie des Menschen. Springer-Verlag, 24. Auflage 1990

Verschiebung ist proportional der Stellung der Abgriffe B , E . Ist die Gesamtlaufzeit der Verzögerungsleitungen τ_1 bzw. τ_2 , werden die Impulse um

$$u_{l'} = u_l(t - \tau_1) \text{ bzw.}$$

$$u_{r'} = u_r(t - \tau_2)$$

unter der Nebenbedingung $\tau = \tau_1 + \tau_2$ verschoben.

Wäre die Nullpunktverschiebung ohne Belang, genügt eine Halbbrücke; die einstellbare Verzögerung einer Seite wird durch eine feste Verzögerung $\tau/2$ ersetzt. Ähnliche Schaltungen werden in elektronisch steuerbaren Phased Array- Antennen verwandt⁴⁰¹. Die Schaltung kann so ausgelegt werden, daß nur ein Leitbahntyp einheitlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit benutzt werden muß.

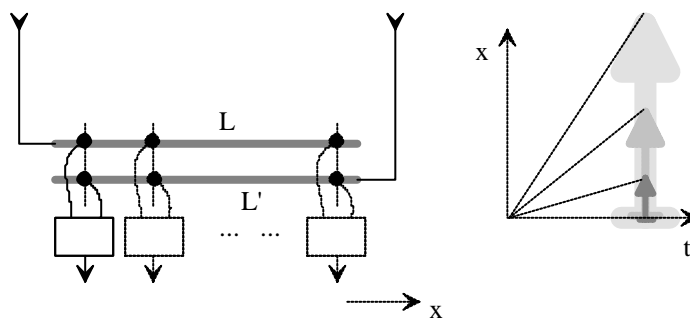
Zooming

Im Gegensatz zur Strahlrichtungsbeeinflussung, bei der Parameter der Übertragungsleitung verändert werden, kann eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Abbildung über das Verhältnis zwischen Objektabtastrate und Bildabtastrate gesteuert werden. Zweckmäßigerweise wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit an den Komparatorleitbahnen L , L' im Bildfeld geändert.

Eine Verkürzung der Laufzeit der Impulse durch das Bildfeld hat eine Vergrößerung der Abbildung zur Folge. Eine Verlangsamung der Ausbreitungsgeschwindigkeit hingegen bewirkt eine Verkleinerung. Das Größenverhältnis der Abbildungen oder der **Maßstab** A/A' zwischen Objekt und Bild wird in gleichen Zeiten über die Geschwindigkeitsrelation v/v' zwischen beiden gesteuert.

$$\frac{A}{A'} = \frac{v}{v'}$$

In einem $x = f(t)$ Diagramm kann die Bewegung der Impulsfronten verfolgt werden.



Von x_0 ausgehend bewegen sich entgegengesetzt zueinander die Impulse i und j . Die Bewegungsgeschwindigkeit v eines beliebigen Impulses dx/dt ist identisch dem Anstieg dy/dx im Diagramm bzw. dem Tangens des Schnittes mit der Zeitachse t .

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = \tan \alpha$$

Während der Zeit der Ausbreitung auf der Verbindungsleitbahn (Abschnitt der Länge s) kommt kein x -Zuwachs zustande. Auf der gegenüberliegenden Seite wandern die Impulse aufeinander zu.

$$v_2 = \frac{-dx}{dt} = \tan \beta$$

Das Verhältnis der Bildgrößen x_i/x_o ist dargestellt mit grauen Pfeilen.

Unter der Voraussetzung, daß verschiedene Signale zwischen Sender und Empfänger dieselbe Zeit

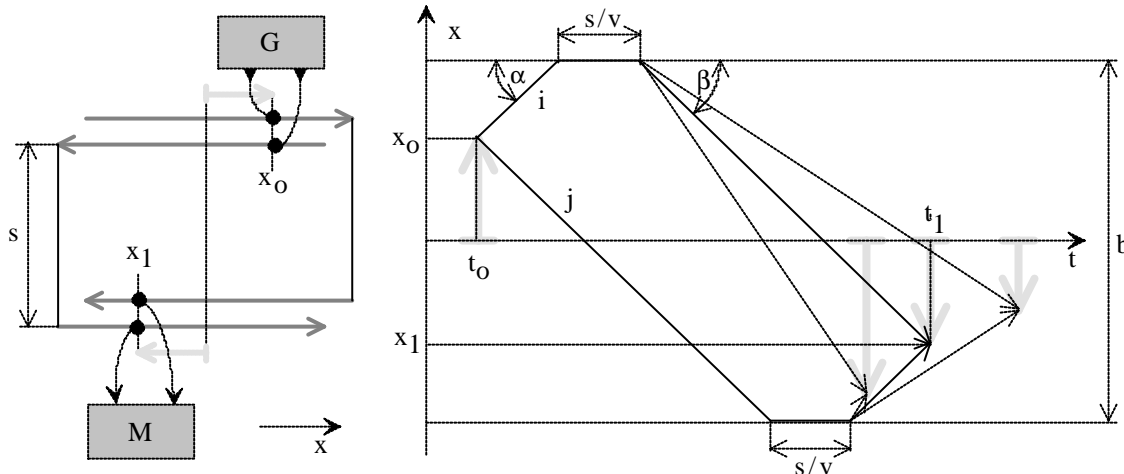
⁴⁰¹ Baur, Erwin: Einführung in die Radartechnik. B. G. Teubner Stuttgart, 1985

bis zur Wiederbegegnung benötigen, sind die von den Impulsen durchlaufenen Streckenanteile in x -Richtung aus der Summe der vt - Produkte bestimmbar, wobei jedes $v = dx/dt$ vorzeichenbehaftet ist.

$$\sum_i \frac{x_i}{v_i} = \sum_j \frac{x_j}{v_j} = \dots = \sum_n \frac{x_n}{v_n} = t_1 - t_0 = L$$

Das eigentlich interessierende **Bildverhältnis** zweier Impulse x_1/x_0 ist aus der Summe der in Achsenrichtung x durchlaufenen Streckenteile zu bestimmen.

$$\frac{\sum_i v_i t_i}{\sum_j v_j t_j} = \frac{x_i}{x_j} = \frac{A}{A'} = M$$



~~Eigentümlicherweise macht unser Schzentrum keinen Gebrauch von dieser einfachen Möglichkeit des elektronischen Zooming, wohl aber ist es uns mit geschlossenen Augen möglich, Gegenstände heranzuholen, oder wegzuschieben; sie gedanklich zu bewegen.~~

Potentialsteuerung des Interferenzortes (Interferenzabgleich)

In den Abschnitten *Moving* und *Zooming* hatten wir bereits erkannt, daß die Steuerung der Laufgeschwindigkeit von neuronalen Leitbahnen Bedeutung für die gedankliche Verschiebung, Anpassung und Bewegung von Interferenzbildern hat.

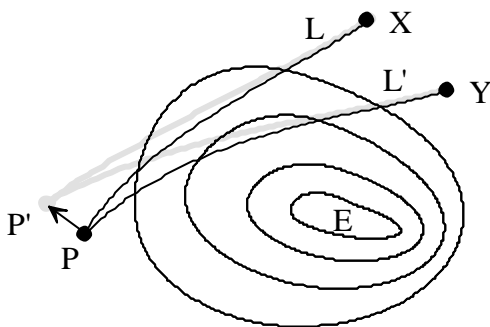
Sendet ein Neuron in einen n -dimensionalen Raum ein bestimmtes Reizmuster aus, dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bestimmte Neuronen, deren Erregung kurz unterhalb der Reizschwelle liegt, erregt werden, hoch. Kommt es zu einer, wie auch immer gearteten synchronisierten Erregung im Pulsverhalten mehrerer Neuronen, so entstehen im Raum Gebiete verstärkter (Bäuche, Knoten) und abgeschwächter (Täler) Interferenz. Aus informatischer Sicht bilden die derart in Interferenz miteinander stehenden Gebiete einen logischen Verband, dessen Verhalten noch zu untersuchen sein wird. Das heißt, interferenziell miteinander kommunizierende Gebiete dieses Verbandes bilden die Grundlage logischer Einheiten (Minsky⁴¹¹ bezeichnet diese zB.

⁴¹¹ Minsky, Marvin: *Mentopolis*. Simon & Schuster Inc., New York 1985, 1986; dt. Übersetzung bei Klett-Cotta, Stuttgart, 1990.

auch als Rahmen). Inhaltlich wäre für diese logischen Verbände oder Einheiten der Begriff des Wesens eines Begriffes (im Sinne von wesentlich) zutreffend. Offenbar sind alle Eigenschaften P' des Begriffes, die in ihrer endlichen Vielfalt und Dominanz den Begriff selbst ausmachen, als eine mehr oder weniger starke interferenzielle Verknüpfung zum Rumpf X , Y der Information, zum Begriff selbst, zu sehen. Egal, ob es sich beim Begriff um eine zeitliche Abfolge, einen Gegenstand, oder eine Philosophie handelt.

Nun ist es möglich, daß der Ort von Synapsen eines Teilstückes der den Begriff repräsentierenden Neuronen geometrisch nicht optimal mit Interferenz- Bäuchen harmoniert, der in ein gedankliches Puzzle passende Begriff liegt geometrisch nicht im Zielgebiet einer Interferenz.

Über das lokale Ruhepotential kann die *Erregungsschwelle* eines Neurons verändert werden. In gewissem Maße wird durch Potentialänderungen gemäß der im Abschnitt *Moving* getroffenen Feststellungen die Verzögerungszeit von Neuronen, die als Übertragungsleitungen wirken, beeinflussbar. Damit ist es möglich, über lokale Potentialvariationen gesuchte Interferenzen auf gewünschte Details zu konzentrieren (im inhaltlichen, wie im interferenziell- geometrischen Sinne): 'Wir denken nach'. Wir versuchen durch Potentialvariationen im Pallium in der Nähe des Begriffes liegende weitere, schwache Interferenzen aufzufinden. Diese passen konsequenterweise, aber nur möglicherweise zum Wesen des Begriffes.



Interferenzabgleich. Die Verzögerungszeiten auf L, L' werden durch ein Potentialfeld E unterschiedlich stark beeinflusst. Der Interferenzort wandert von P zu P' aus.

Weiterhin ist bekannt, daß sich am Pallium meßbare elektrischen Felder (sog. evozierte Potentiale) relativ langsam ändern. Glia- Zellen zeigen ein Speicherverhalten, bei dem Vorgänge um ein bis zwei Größenordnungen langsamer ablaufen, verglichen zur Impulsbreite des Neurons. Über den Zeitraum von Sekunden ist es folglich möglich, einen durch Interferenz- Variation gesuchten Begriff vor dem geistigen Auge zu behalten. Hernach ist er u.U. genauso plötzlich verschwunden, wie er kam. Unser weiteres Nachdenken hat die schwache Interferenz, die durch Leitgeschwindigkeitsvariation von Dendriten und Axonen sowie durch Schwellenveränderung der Neuronen künstlich verursacht wurde - beides ausgelöst durch Potentialveränderungen - wieder verloren.

Verzögerungslinsen

Im Gegensatz zu optischen Linsen, die zwingend zur Realisierung einer Vergrößerung oder Verkleinerung erforderlich sind, können diese Funktionen - wie oben dargestellt - in neuronalen Netzwerken über das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Leitbahnen gesteuert werden. Dennoch erscheint eine der Linsenfunktion adäquate Funktion diskussionswürdig. Sie wird zB. benötigt, wenn vergrößert /verkleinert werden soll, obwohl die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Objekt- und Bildraum gleichgroß sind. Ähnlich optischen oder magnetischen Linsen können mit

elektrischen Netzwerken analoge, dreidimensionale Abbildungen realisiert werden, unabhängig davon, ob *periodische* oder *impulsförmige* Erregungen verwandt werden. Es sind, vergleichbar zu Realisierungen von Mikrowellenantennen⁴²¹, zwei Realisierungsvarianten denkbar:

- ◆ als *Verzögerungslinse*, dadurch gekennzeichnet, daß die Linse mit relativ verzögernden Leitbahnen gestaltet wird,
- ◆ als *Beschleunigungslinse*, die mit relativ schnelleren Leitbahnen als Linsenelement ausgestattet ist.

Zum Gebiet optischer Linsen existieren umfangreichste theoretische und praktische Erkenntnisse⁴³¹, die hier nur insofern beleuchtet werden, als sie interessante Eigenschaften aufweisen.

Eine Linse bildet dreidimensionale Räume ab. Wir hatten erkannt, daß für die Abbildung einer Fläche mindestens 3 Speisepunkte erforderlich sind. Ein 3D- Bild einer Linse erfordert konsequenterweise mindestens einen zusätzlichen Speisepunkt.

Die Abbe'sche Vereinfachung eines Gaußschen oder Paraxialraumes mit Näherungen der Art $\sin\beta \approx \beta$ etc. wird bei folgenden Herleitungen für den achsfernen Raum vermieden, da vornehmlich kurze, gedrungene Systeme zu beschreiben sind.

Brennweiten im achsfernen Raum

Für den Sonderfall achsenparallel einfallender Strahlen entstehen spezielle Schnittweiten, die als Brennweiten f bzw. f' bezeichnet werden. Es wird davon ausgegangen, daß mindestens vier Speisepunkte $M, Z1, Z2, Z3$ zur Verfügung stehen, davon zumindest einer axial. Die Herleitung geht dem Gedanken nach, daß eine Verzögerungslinse zu entwickeln ist, die einen verzögerten Mittelpunktstrahl und mindestens drei Randstrahlen besitzt. Für Mittelpunkt- und Randstrahl werden die Laufzeiten ausgeglichen. Der Einfachheit halber wird angenommen, daß alle Speisepunkte in derselben Ebene liegen, und daß eine Verzögerung über eine Verschlingung des Mittelpunktstrahls erfolgt.

Nach dem Satz des Phytagoras gilt für das Dreieck ABF

$$f^2 + h^2 = (f + df)^2$$

Als zutreffende Lösung der entstehenden quadratischen Gleichung folgt

$$df = \sqrt{f^2 + h^2} - f$$

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{df} - df \right)$$

$$\frac{df}{f} = \frac{\sqrt{f^2 + h^2}}{f} - 1$$

Die Verzögerungszeit t kann als positive Verzögerungszeit in eine Verschlingung des Mittelpunktstrahles (Verzögerungslinse), oder als negative Verzögerungszeit in einen über die Ausbreitungsgeschwindigkeit beschleunigten Randstrahl (Beschleunigungslinse) eingerechnet werden.

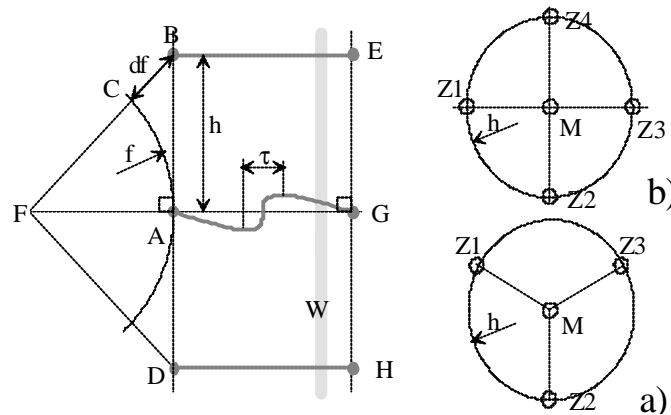
$$\tau = \frac{df}{v} = \frac{1}{v} (\sqrt{f^2 + h^2} - f)$$

In einer senkrecht zur Achse stehenden Fläche mit den Punkten E, G, H entsteht eine ebene

⁴²¹ Zinke, O., Brunswig, H.: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, Bd.1. Springer- Verlag, 1990

⁴³¹ Pforte, H.: Feinoptiker. Verlag Technik Berlin, 1967

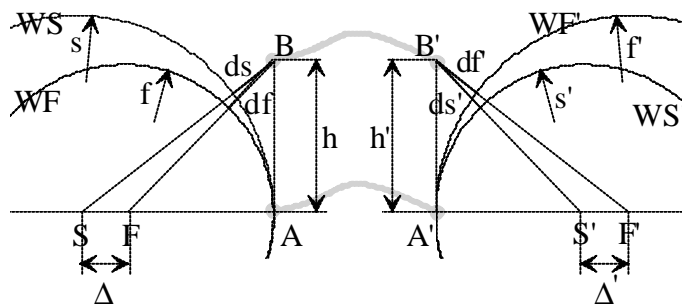
Wellenfront, wenn das Erregungszentrum in F liegt, und umgekehrt: Passiert E, G, H eine ebene Wellenfront, wird F erregt. Die Gestaltung der Linse kann sowohl der Minimalvariante $a)$ wie auch einer erweiterten Ausführung $b)$ genügen. Zusätzliche Speisepunkte sind statthaft. Auch ist es möglich, aus obiger Formel Verzögerungszeiten für im Radius $h/2$ etc. angebrachte Speisepunkte zu bestimmen.



Besitzen die Leitbahnen BE, AG, DH eine niedrigere Ausbreitungsgeschwindigkeit zu den Leitbahnen FB, FA, FD , so kann die Verzögerungszeit t dadurch geschaffen werden, daß eine Verlängerung der Strecke AG durch eine Verkürzung der Strecke AF kompensiert wird (bei optischen Linsen durch Wölbung der Oberfläche).

Schnittweiten im achsfernen Raum

Neben den bemerkenswerten Abbe'schen Formeln für optische Linsen, die vornehmlich für einen achsnahen Raum gelten, ist es möglich, für den achsfernen Raum einige weitergehende Herleitungen vorzunehmen, die ohne Näherungen im Vorfeld zustande kommen.



Eine außerhalb der Brennweite f liegende Schnittweite s erzeugt in E, G, H eine gekrümmte Wellenfront WS . Die in den Leitbahnen BB', AA' entstehende Wellenfront (nicht dargestellt) möge dann im Mittelstrahl um die Zeit dt gekrümmt sein. Dann kommt auf der anderen Seite der Linse eine Abbildung an dem Punkt zustande, der seinerseits eine um $-dt$ gekrümmte Front liefern würde. Die Differenz der Abstände ds und df macht gerade die Verzögerung vdt aus. Auf der gegenüberliegenden Seite der Linse muß der entsprechende Abstand vdt wieder abgezogen werden.

$$ds + vdt = df \quad (i)$$

$$ds' - vdt = df' \quad (ii)$$

Die Objektschnittweite s wird durch die Brennweite f und eine Differenz D ausgedrückt, ebenso die

Differenz ds der Objektschnittweite im Außenstrahl.

$$s = f + \Delta$$

$$ds = \sqrt{(f + \Delta)^2 + h^2} - (f + \Delta)$$

Eingesetzt in (i) und (ii) kann die Bildschnittweite s' über ds' bestimmt werden.

$$v dt = df - ds = (\sqrt{f^2 + h^2} - f) - (\sqrt{(f + \Delta)^2 + h^2} - (f + \Delta))$$

$$ds' = df' + v dt = df' + df - ds = \sqrt{f'^2 + h'^2} - f' + \sqrt{f^2 + h^2} - f - (\sqrt{(f + \Delta)^2 + h^2} - (f + \Delta))$$

$$ds' = (\sqrt{f'^2 + h'^2} + \sqrt{f^2 + h^2} - \sqrt{(f + \Delta)^2 + h^2}) + (\Delta - f')$$

$$s' = \frac{1}{2} \left(\frac{h'^2}{ds'} - ds' \right)$$

Die Bildschnittweite s' ist folglich (im Gegensatz zur paraxialen Näherung der Abbe'schen Invarianten) präzise dh. ohne Näherung bestimmbar.

Unter vereinfachenden Annahmen etwa gleicher Brennweiten f, f' , gleicher Speisepunktabstände h, h' sowie der Annahme, Objekt- und Bildabstand liegen in der Größenordnung der Brennweite

$$f = f'; \quad h = h'; \quad \Delta \ll f; \quad \Delta \ll f'$$

kann vereinfacht werden. Zunächst gilt näherungsweise:

$$2\sqrt{f^2 + h^2} - \sqrt{(f + \Delta)^2 + h^2} = \sqrt{(f - \Delta)^2 + h^2}$$

Daraus folgt ein einfacherer Ausdruck für ds' (man Vergleiche die Koeffizienten)

$$ds' = \sqrt{(f' - \Delta)^2 + h'^2} - (f' - \Delta)$$

Der Abstand des entstehenden Bildes s' verringert sich, wenn der Abstand des Objektes s auf der anderen Seite vergrößert wird.

$$s' = f' - \Delta$$

Nach weiteren Umformungen findet man eine Näherung, deren Brauchbarkeit noch zu prüfen sein wird.

$$f f' = s s'$$

Das Produkt der Brennweiten beider Seiten f, f' ist etwa gleich groß dem Produkt der Bildweiten s, s' . Je näher die Schnittweiten an den Brennweiten liegen, desto schärfer ist die Abbildung.

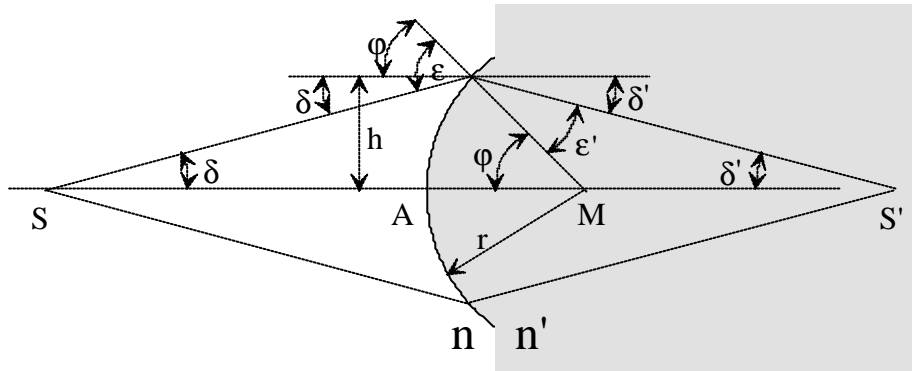
Rechnung im paraxialen Raum, ~~Konkavlinse~~ Konvexlinse

Es ist derzeit praktisch nicht ganz klar, inwiefern die im folgenden zitierten Näherungen, die für schlanke, optische Systeme hinreichend genau gelten, für neuronale Netze brauchbar sind. Eine Häufung von Leitungen macht den Paraxialraum der Optik für elektrische Netzwerke wenig brauchbar. Im Gegensatz zum optischen Medium, bei dem das Verhältnis von Schnittweiten zu Wellenlänge sehr groß ist, stellt für Impulssysteme die Verkürzung der Impulsdauer bei gleichzeitiger Verminderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit ein Problem dar.

Praktisch wird es so sein, das die 'halbe Wellenlänge' dh. die Impulsdauer etwa in der Größenordnung der Ausbreitungszeit der Welle liegt. Damit verbunden ist die praktische Unmöglichkeit, sehr schlanke Systeme zu realisieren. Die vorangegangenen Betrachtungen des achsfernen Raumes sind aus diesem Grunde erforderlich. Dennoch zeigen die aus der Optik

bekanntes achsnah veranlagten Gleichungen^{44]} viele interessante Proportionen auf, sodaß nicht darauf verzichtet werden soll, zutreffende zumindest zu notieren.

Wird durch alle Speisepunkte einer neuronalen Linsenordnung eine Kugelfläche mit dem Radius r gelegt, sind sämtliche aus der Optik bekannten Herleitungen nutzbar. In Kurzform hier eine Wiedergabe allgemein bekannter optischer Gleichungen, die für neuronale Netzwerke interessant sind, und die im Ursprung zumeist auf Snellius und Abbe zurückgehen.



Unter Maßgabe eines achsnahen Raumes können Sinus und Tangens durch den Winkel im Bogenmaß eingesetzt werden, $\sin \beta = \hat{\beta}$. Das **Brechungsgesetz** nimmt die Form an:

$$n \varepsilon = n' \varepsilon'$$

wenn n, n' die Brechzahlen, und β, β' die Winkel zum Einfallslot im Bogenmaß sind.

Mit $AS = s, AS' = s'$ sowie

$$\varepsilon = \varphi - \delta; \quad \varepsilon' = \varphi' - \delta'$$

$$\hat{\varphi} = \frac{h}{r}; \quad \hat{\delta} = \frac{h}{s}; \quad \hat{\delta}' = \frac{h}{s'}$$

entsteht die **Abbe'sche Invariante** für eine plankonvexe Linse, die in Originalform benutzt werden kann.

$$\frac{n}{r} - \frac{n}{s} = \frac{n'}{r} - \frac{n'}{s'}$$

Die Abbe'sche Invariante kann in modifizierter Form geschrieben werden:

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} + \frac{n'-n}{r}$$

Als Bestimmungsgleichungen für die **Schnittweiten** s und s' folgt:

$$s' = \frac{n'}{n/s + (n'-n)/r}$$

$$s = \frac{n}{n'/s' - (n'-n)/r}$$

Ein Bild erscheint um den **Abbildungsmaßstab** m vergrößert, und seitenverkehrt.

$$m = \frac{n s'}{n' s}$$

Die **Brennpunkte** f, f' entstehen als spezielle Schnittweiten für eine unendlich entfernte Schnittweite s, s' auf der jeweils anderen Seite.

$$f = \frac{r n}{n' - n}$$

^{44]} Pforte, H.: Feinoptiker. Verlag Technik Berlin, 1967

$$f' = \frac{r n'}{n' - n}$$

Das **Verhältnis aus Bild- und Objektbrennweite** f, f' ist dem Verhältnis der Brechzahlen n, n' proportional.

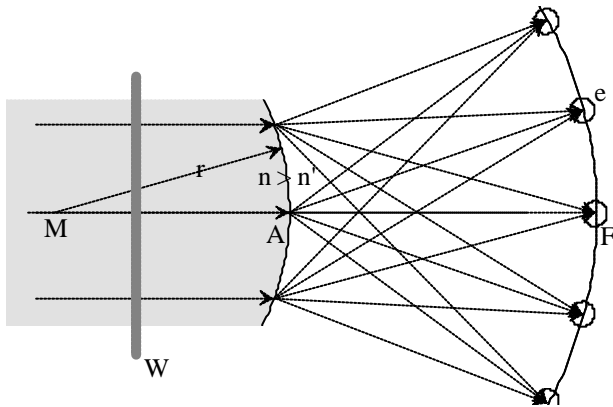
$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$

Werden Bild- und Objektbrennweiten f, f' subtrahiert, folgt eine Gleichung zur Bestimmung des **Krümmungsradius** r der Speisepunktebene.

$$|f - f'| = r$$

Im Bild dargestellt ist ein Beispiel einer neuronalen Konkavlinse. Das Bild kommt orthogonal von links aus dem Unendlichen (parallele Leitbahnen). Es wird auf den Bildschirm F' abgebildet. Als Brennweite ist unter Vernachlässigung der Linsenkrümmung r der Abstand AF' anzusetzen.

Die Empfänger e befinden sich auf der Bildschirmenebene F' . Die Leitbahnen im grau gefärbten Bereich besitzen eine geringere Ausbreitungsgeschwindigkeit und somit eine höhere Brechzahl n als die im nicht getönten Bereich n' .



Neuronale Konkavlinse.

F: Brennebene

M: Krümmungsmittelpunkt

n, n' : Brechzahl, Ausbreitungsgeschw.

e: Empfänger (Neuron)

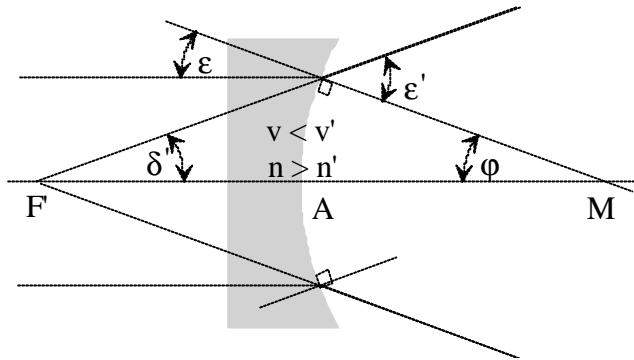
Durch Kombination verschiedener Krümmungsradien in verschiedenen Achsenrichtungen entsteht eine komplex gewölbte Bildebene (astigmatische Abbildung).

Ein Blick in die Anatomie⁴⁵¹ zeigt, daß Projektionsbahnen, Assoziationsbahnen und Kommissurenbahnen des Gehirns anatomische Ähnlichkeiten zu dieser Darstellung aufweisen. Statt eines abrupten Brechzahlübergangs bzw. Geschwindigkeitswechsels wird ein kontinuierlicher Übergang zu erwarten sein, der zB. in einer allmählichen Reduktion des Faserdurchmessers um um einige Prozent besteht. Leider existiert für Nachweiszwecke praktisch kaum geeignete Experimentalphysik. 'Scharf Denken' wäre demnach vergleichbar zum 'scharf Sehen'. Zuviel Schlaf könnte durchaus geeignet sein, die Leitgeschwindigkeit einiger Bahnen zu verändern, und Abbildungen zu 'entschärfen'.

Rechnung im paraxialen Raum, Konkavlinse

Bei der konvex gekrümmten Ebene der Speisepunkte wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Innern der Kugelfläche n' geringer ist, als die Ausbreitungsgeschwindigkeit n außerhalb.

⁴⁵¹ Lippert, H.: Anatomie, Text und Atlas. Urban & Schwarzenberg, München, 1989



Neuronale Konkavlinse.

F: Brennebene
 M: Krümmungsmittelpunkt
 n, n': Brechzahl
 e: Empfänger (Neuron)

Bei einer konkav gekrümmten Fläche liegt der dazu inverse Fall vor. Die Linse sammelt nicht, sondern sie zerstreut. Die virtuellen Schnittweiten und Brennpunkte erscheinen, wie aus der Optik hinreichend bekannt, auf der im Vergleich zur Konkavlinse anderen Seite. Die Berechnungsformeln der Konkavlinse gelten mit entsprechend geänderten Vorzeichen auch für die Konkavlinse. Die Konkavlinse liefert im Gegensatz zur Konkavlinse ein virtuelles Bild des Objekts. Wie im Abschnitt Reflexion und Brechung besprochen, ähneln sich Reflexion und Brechung neuronaler Systeme formelmäßig. Eine Anwendung der Konkavlinse könnte bei brechender Reflexion in der Errichtung eines rückwärts gelegenen Bildes auf F' bestehen.

Gekrümmte Leitbahnen verschiedener Ausbreitungsgeschwindigkeit

Durchlaufen mehrere, zu einem Vorlagepunkt einer Abbildung gehörende Impulse auf dem Weg von der Vorlage P zum Projektionsschirm P' verschieden gekrümmte Leitbahnen mit verschiedener Ausbreitungsgeschwindigkeit, so kommt an den Orten eine Abbildung zustande, für die auf allen Wegen alle Quotienten $t = u_i/v_i$ (Segmentumfang dividiert durch Geschwindigkeit) identisch sind.

$$\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_n$$

$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2} = \dots = \frac{u_n}{v_n}$$

Daraus folgt mit $u_i = \alpha_i r_i$ zunächst noch keine Beziehung zum Verhältnis zwischen r_i und v_i der verschiedenen Bahnen, da unterschiedlich große Segmentwinkel α_i zusammen wirken.

Für kreisförmig gekrümmte Leitbahnen der Radien r_i und gleicher Sehnenlänge a verhalten sich die Segmentumfänge u_i mit

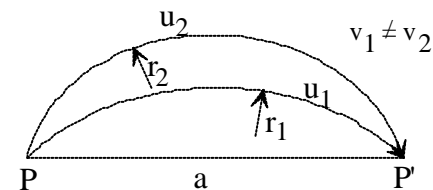
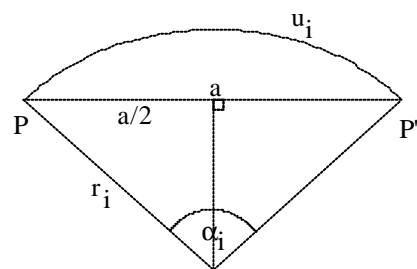
$$\alpha_i/2 = \arcsin \frac{a}{2r_i} \text{ und } u_i = \frac{\alpha_i}{180^\circ} \pi r_i = \alpha_i r$$

(α in Radianten) wie

$$u_i = 2r_i \arcsin \frac{a}{2r_i}.$$

Die Verzögerungszeiten auf allen Bahnen sind zum Entstehen einer Abbildung gleich groß.

$$\frac{r_1}{v_1} \arcsin \frac{a}{2r_1} = \frac{r_2}{v_2} \arcsin \frac{a}{2r_2} = \dots = \frac{r_n}{v_n} \arcsin \frac{a}{2r_n}$$



Für schwache Krümmungen entsteht mit $\lim_{r_i \rightarrow \infty} (\arcsin \frac{a}{2r_i}) = \frac{a}{2r_i}$ eine Näherung zur überschlägigen Berechnung. Der Radius r_i verschwindet aus der Gleichung.

$$u_1 = u_2 = \dots = u_i = a$$

Diese Näherung zeigt bei einem Winkel α von 10° einen Fehler von 0,1%; bei 20° von 0,6% und bei 30° von 1,5%. Für kleine Krümmungswinkel sind die Verzögerungszeiten der Bogen nahezu identisch. Abbildungen sind folglich erst bei deutlich verschiedenen Krümmungen zu erwarten. Bezogen auf die Ausbreitung von Wellenfronten durch Krümmungen verschiedenen Radius ist keine nennenswerte Beeinflußung der Ausrichtung der Wellenfront bei kleinen α zu erwarten, die Frontrichtung bleibt beim Passieren kleiner Krümmungen nahezu erhalten.