

"Eadem Mutato Resurgo"

Verwandelt entstehe ich wieder.  
(Zur logarithmischen Spirale.)

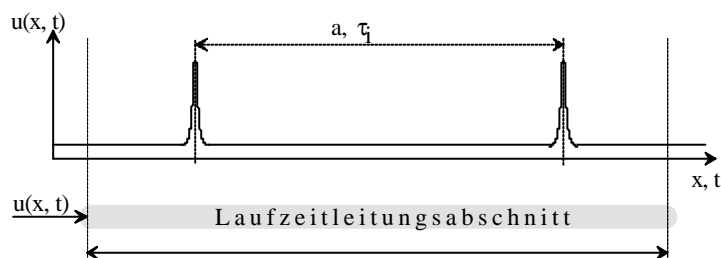
Jacob Bernoulli, 1654- 1705

## Systemoptimierung

Werden eingangsseitig an ein Impuls- Interferenz- Netzwerk mehrere Impulsgeneratoren  $G$  angeschlossen, die zueinander unkorrelierte Impulse senden, so ist es im Empfänger möglich, daß unerwünschte Interferenzen disjunkter Impulsgruppen auftreten. Es entstehen Phantombilder, die die Übertragungsqualität vermindern. Andererseits kann, wie einleitend erörtert, eine willkürliche Erhöhung der Kanalzahl zur Verschärfung des Kontrastes genutzt werden.

### Pulsabstand und Laufzeit

Solange zu einem definierten Zeitpunkt stets nur ein Impuls im Bereich  $s$  der empfangenden Laufzeitkette anzutreffen ist, sind Interferenzen zwischen nicht zueinander gehörenden Impulsen ausgeschlossen. Ein auf der (nicht dargestellten) Gegenleitbahn entgegenkommender Impuls wird nur dem für ihn bestimmten Impuls begegnen.



Folglich muß der geometrische Pulsabstand  $a$  zweier Folgeimpulse größer als die Länge des Abschnitts der Laufzeitleitung  $s$  sein.

$$a > s$$

Dasselbe gilt für die zeitlichen Distanzen. Der zeitliche Pulsabstand  $t_i$  muß größer sein, als die Verweildauer  $t_k$  eines Impulses auf der Laufzeitkette.

$$t_i > t_k$$

Mit  $t_k = s/v$  ist der zeitliche Pulsabstand  $t_i$  als Funktion der Länge des Abschnitts  $s$  angebbbar.

$$\tau_i > \frac{s}{v}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  wirkt als Proportionalitätskonstante.

Für den Fall korrelierter Impulsgruppen hat obige Gleichung Bedeutung. Für unkorrelierte Impulsgruppen ist sie nahezu bedeutungslos, da ein gleichzeitiges Erscheinen mehrerer Impulse im Intervall  $s/v$  nicht zu verhindern ist. Hierfür müssen andere Lösungswege gefunden werden, die folgt zu besprechen sind.

## Dimension und Kanalzahl

Die Anzahl zur Übertragung einer interferenziellen Abbildung nötiger Übertragungskanäle scheint zunächst offen. Allerdings hatten wir gesehen, daß gewisse Einschränkungen gelten. Wird die Kanalzahl zu gering gewählt, entstehen Bursts; wird sie zu hoch gewählt, finden die Partialimpulse im Bildraum u.U. nicht zueinander.

### Burstvermeidung

Abhängig von der Dimension der Abbildung sind zur Vermeidung von Bursts minimale Kanalzahlen erforderlich. Erhöhung der Störfestigkeit und Sicherung gegen Phantombilder kosten zusätzliche Übertragungskanäle. Sollen sehr scharfe Abbildungen reproduziert werden, ist ebenfalls eine Erhöhung der Kanalzahl zu erwägen.

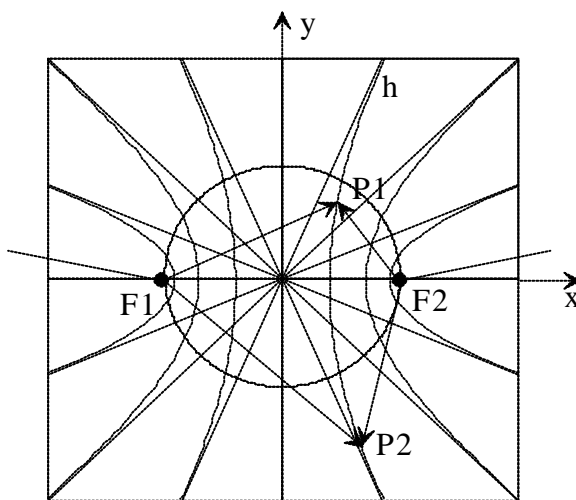
### Eindimensionale Abbildung

Wie im Abschnitt Beugung gezeigt wurde, kann ein einzelner Übertragungskanal scheinbar in Interferenz mit sich selbst gebracht werden. Dazu ist es aber zumindest erforderlich, ihn in zwei winklig aufeinander treffende Teilwellen zu zerlegen, die auf zwei unterschiedlichen Kanälen aufeinander treffen.

Demnach kann eine einkanalige Abbildung nicht mit sich selbst interferieren. Gleichzeitig sehen wir, daß eine Unterscheidung zwischen Fremd- und Eigeninterferenz in Bezug auf die Zuordnung von Kanalzahl  $K$  und zugehöriger, darstellbarer Dimension  $D$  nicht nötig ist.

Zur Darstellung einer Interferenzabbildung der Dimension sind also minimal zwei Kanäle erforderlich, zu denen eine Zeitdifferenz gehört.

$$D = 1: K \geq 2.$$

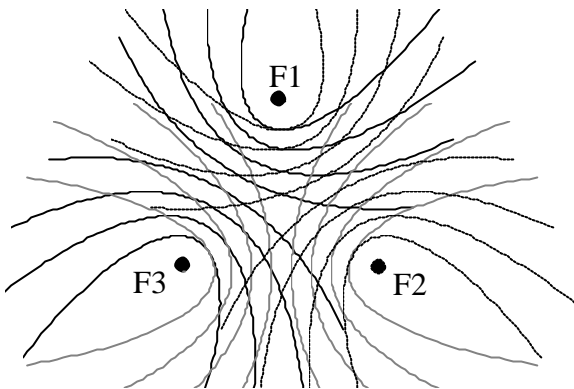


Zur Ermittlung von Orten gleicher Laufzeit. Eine Hyperbelschar dient als Unterlage zur Normierung. Brennpunkte sind F1 und F2, die Punkte P1 und P2 sind interferenziell nicht unterscheidbar.

### Zweidimensionale Abbildung

Wie bereits dargestellt, sind zur Übertragung einer Abbildung der Dimension  $D = 2$  mindestens  $K = 3$  Kanäle erforderlich, wenn Geisterbilder bei zu hoher Pulsfolgefrequenz statthaft sind. Ausgehend vom eindimensionalen Hyperbelmodell entstehen Interferenzen zwischen den drei Brennpunkten der zweidimensionalen Abbildung in den Schnittlinien der Hyperbeln zwischen je einem Brennpunkt-Paar. Somit ist es möglich, lediglich durch Normierung der Unterlage von Hyperbelscharen zweier Punkte Interferenzpunkte auf beliebig gestalteten Flächen definiert zu

konstruieren.



Konstruktion einer zwei-dimensionalen Interferenz.

Die Quellpunkte F1, F2 und F3 bilden jeweils paarweise Brennpunkte von Hyperbelscharen gleicher Interferenz.

## Minimale Kanalzahl eines $n$ -dimensionalen Raumes

Ein  $n$ -dimensionaler Raum soll in der Art  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  beschrieben werden, wobei die Anzahl der Axen des Raumes die Dimension  $D$  darstellt. Die Anzahl der Übertragungskanäle werde mit  $K$  bezeichnet. In Analogie zur Konstruktion definierter, zB. entzerrter, zweidimensionaler Abbildungen können Schnittbilder in  $n$ -dimensionalen Räumen nach demselben Verfahren konstruiert werden.

Mittels *vollständiger Induktion* läßt sich ausgehend von bekannten Startwerten

$$D = 1, K = 2$$

sowie

$$D = 2, K = 3$$

folgern

$D = n, \quad K = n + 1$
--------------------------

Zur burstfreien Übertragung einer Abbildung der Dimension  $D = n$  sind mindestens  $K = n + 1$  Kanäle erforderlich, wenn Geisterbilder bei zu hoher Pulsfolgefrequenz akzeptiert werden können.

Eine dreidimensionale Abbildung ist somit durch mindestens  $K = 4$  Übertragungskanäle zwischen Senderraum und Empfangsraum zu realisieren, vorausgesetzt, die Pulsdichte bleibt gering genug.

Eine vierdimensionale Abbildung (Raum mit Zeit) kann über mindestens  $K = 5$  Übertragungskanäle zwischen Senderraum und Empfangsraum gestaltet werden, wobei die Gestaltung der Raumkrümmung des Bildes zunächst noch außerhalb des Vorstellbaren liegt.

So trivial diese Herleitung klingen mag, sie hat eine tiefgreifende Konsequenz: Während auf dem Kinofilm jede zusätzliche Dimension den Speicherraum potenziert, steigt der Speicherraum in der neuronalen Interferenzabbildung nach dieser Herleitung linear mit der Dimension des Raumes. Genauere Untersuchungen werden zeigen, welchen Wert diese Aussage hat. Zunächst scheint uns das gigantische Speichervermögen unserer Natur rechtzugeben.

## Krümmung der Bildebene, Auslöschung

Die Geometrie des Raumes läßt bereits bei der 3-kanaligen Abbildung nicht mehr eine freie Wahl von Differenzen zu. Werden je zwei Differenzen gewählt, ergibt sich daraus die Dritte. Auch ist die

Bildung der jeweils dritten Differenz mit der Geometrie, mit der Wölbung der Ebene verbunden. Eine euklidische Ebene weist Unterschiede zur Riemannschen Wölbung als Bezugsfläche auf. Diese Tatsache ist wichtig zur Bestimmung der Schärfe einer Abbildung. Überbestimmte Abbildungen ( $k > d+1$ ) definieren die Krümmung der Bildebene, bzw. des Bildraumes. Sie definieren die Bildebene selbst. Eine Vorlagenwölbung definiert demzufolge die Wölbung des Bildraumes bereits bei einer Übertragung mit mehr als drei Kanälen,  $k > 3$ .

### Läppung des Palliums

Mit dieser Feststellung steht bei durch zu hohe Kanalzahl überbestimmten Abbildungen zwangsläufig die Krümmungsgeometrie der Vorlage in Verbindung zur Krümmungsgeometrie der Bildebene. Folglich stehen bestimmte Krümmungsteile im Pallium mit definierten Krümmungsteilen der jeweiligen Vorlagenebene in Beziehung, wobei die Bildfläche nicht notwendig homogen oder zusammenhängend sein muß.

## Verzerrte Kopplung

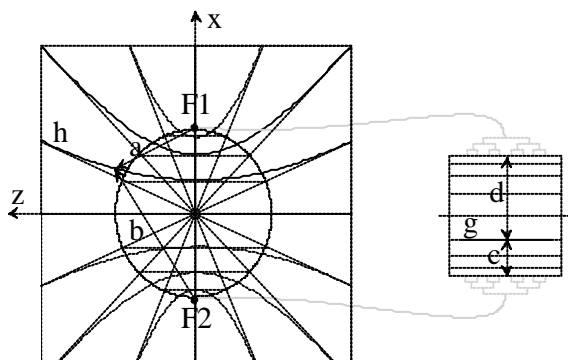
Für technische Applikationen ist die Frage nach der Verzerrung eines Bildes interessant, daß im freien Raum (hyperbolisch) entsteht, und über eine orthogonale Matrix mit Binärbaum oder Schieberegister decodiert wird. Nehmen wir dazu an, die vier Eingänge einer vierkanaligen 2D-Abbildung sind Antennen zugeordnet, die im Quadrat senkrecht zur Beobachtungsachse aufgestellt sind. Im Bild dargestellt ist nur die  $x$ - Achsenrichtung, die Aufnahmeachse führt in  $z$ - Richtung. Es wird angenommen, daß der Empfang in  $y$ - Richtung analog zudem in  $x$ - Richtung erfolgt.

Geraden  $g$  in der orthogonalen Matrix entsprechen Hyperbeln im Raum, für die Gerade  $g$  wie für die Hyperbel  $h$  gilt gleichermaßen, daß die Differenz der Laufzeiten zur Interferenz führt. Für die Darstellung gilt, daß die Differenz der Laufzeiten  $a...d$  gleich groß ist,

$$b - a = d - c.$$

Zwei Typen von *Abbildungsfehlern* sind anzutreffen:

- Im *Fernfeld* nähert sich die Hyperbelschaar den Asymptoten, es wird ein Halbkreis auf seine Hypotenuse, eine Gerade projiziert, die Matrix empfängt einen Bildraum von  $180^\circ$  (zunächst in beiden Empfangsrichtungen).
- Im *Nahfeld* ist zusätzlich zur Fernfeldverzerrung die Abweichung der Hyperbeln von ihren Asymptoten zu berücksichtigen.

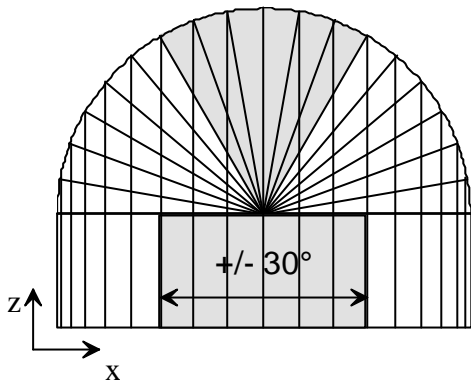


Verzerrte Abbildung.

Eine äquidistante Winkelteilung erzeugt keine äquidistante Linienteilung ( $g$ )

Die *Asymptotengleichung* der Hyperbel zeigt, daß das Produkt  $xy$  konstant, und nur abhängig

von der gewählten Brennpunktlage ( $a, b$ ) ist. Mit wachsender Entfernung von den Brennpunkten nähert sich die Hyperbel rasch ihrer Asymptoten  $y = \pm x \frac{b}{a}$ , sodaß im Fernfeld schnell eine winkelgetreue Abbildung des betrachteten Halbraums entsteht.



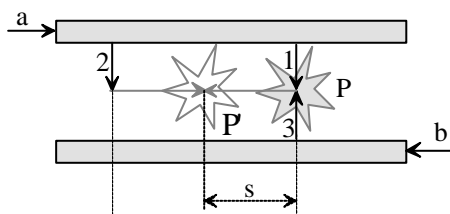
Abbildungsverzerrung bei der Wandlung hyperbolisch/orthogonal im Fernfeld.

Bis zu einer Bildöffnung von +/- 30° erfolgt die Abbildung hinreichend linear. Der Rest kann durch Zooming abgeschnitten werden.

Die ungewohnte Rundum- Sicht der Darstellung kann im Bildfeld durch Erhöhung der Ausbreitungsgeschwindigkeit (*Zoom*) der Empfangsmatrix eingengt werden. Wird eine Einengung auf +/-30° gewählt, so ist genau mit einer verdoppelten Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Empfangsmatrix zu arbeiten ( $\sin(30^\circ) = 1/2$ ). Eine 'fotografische' Ansicht eines Objektraumes wird durch Matrix- Überlagerung von unabhängig aufgenommenen Darstellungen in  $x$ - und  $y$ - Richtung gewonnen.

## Phantombilder

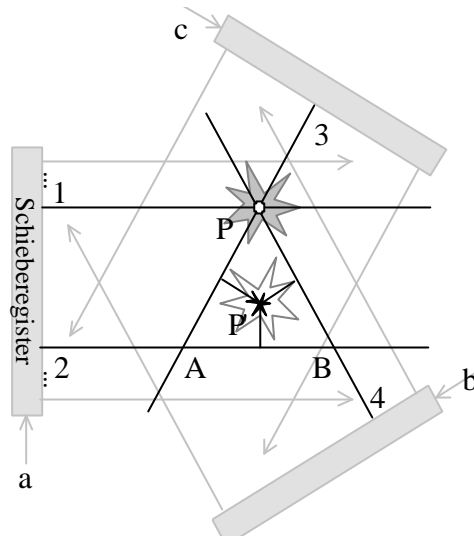
Ist der Abstand zweier Folgeimpulse ( $1, 2$ ) kürzer als deren Laufzeit durch die Empfangsleitung (Laufzeitkette, Schieberegister), interferieren ohne Anwendung von Schutzmechanismen beide Impulse unabhängig voneinander mit den Referenzimpulsen ( $3$  bzw.  $3$  und  $4$ ).



Eindimensionales Phantombild.

Neben dem Bild P entsteht ein Phantombild P' durch zu geringen Pulsabstand 1. 2.

Wenn beide Impulsfronten gegeneinander laufen, treffen sich die Impulse  $1-3$  bei  $P$  und  $2-3$  bei  $P'$ . Bild  $P$  und Phantombild  $P'$  liegen im Abstand  $s = \frac{v}{2}\tau$  auseinander.  $t$  scheint halbiert.  $v$  ist die für beide Leitbahnen (Schieberegister) gleich angenommene Ausbreitungsgeschwindigkeit.



Zweidimensionales  
Phantombild.

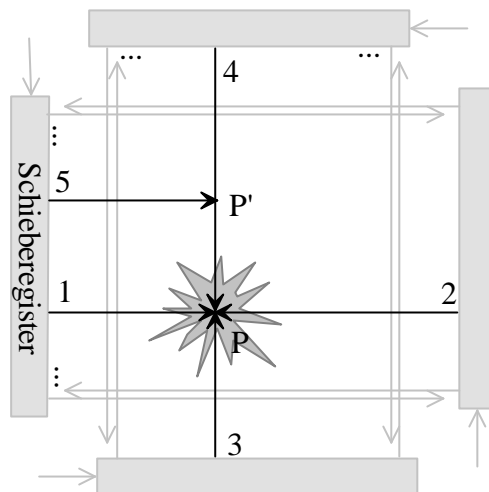
Phantombild P' als Folge  
eines zu kurzen Impuls-  
abstandes (1,2) auf  
Kanal a. Beide Impulse  
1 und 2 interferieren  
vollständig mit den  
Impulsen 3 und 4.  
Objektbild P und  
Phantombild P' sind  
nicht unterscheidbar.

Aus dem Abstand zwischen Phantombild P' und Objektbild P läßt sich bei gegebener Geometrie der zeitliche Abstand zwischen Impuls und Hazard bestimmen. Im gegebenen Fall einer gleichschenkligen Dreiecksmatrix beträgt der Schwerpunktabstand von einer Kante  $1/3$  der Höhe.

## Störsicherheit und Redundanz

So störend die Existenz von Phantombildern zunächst sein mag, die Statistik wirkt filternd. Unter der Annahme, daß der Impuls 2 eine *unkorrelierte* Beziehung zu Impuls 1 hat, sinkt seine störende Wirkung mit der Häufigkeit, mit der zueinander korrelierte Impulse 1, 3, 4 empfangen werden.

Sind hingegen 1 und 2 zueinander *korreliert*, hilft die Statistik nicht. In diesem Fall ist es nötig, redundant zu arbeiten. Grundgedanke ist der, eine in der Dimension um eins erhöhte Abbildung zu erzeugen, aus der der in der Dimension um eins verringerte, interessierende Streifen ausgeschnitten wird. Um also eine eindimensionale Abbildung zu realisieren, wird gedanklich eine zweidimensionale Abbildung minimaler Kanalzahl erstellt, aus der der interessierende, eindimensionale Streifen wieder ausgeschnitten wird. Es zeigt sich, daß dann ausschließlich Phantombilder entstehen, die außerhalb des abzubildenden Streifens liegen. Die Abbildung wird um so störfester, je höher die Redundanz in der Kanalzahl ausfällt. Experimente (siehe dort) zur Auslösung von Phantombildern in unserem Organismus müssen zwangsläufig scheitern, wenn davon ausgegangen werden kann, daß jede Information i.a. über eine -zigfache Redundanz benachbarter Nervenfasern, wie auch über anatomische Gebiete benachbarter Nervenstränge gesichert ist.



Redundante 2D- Abbildung.

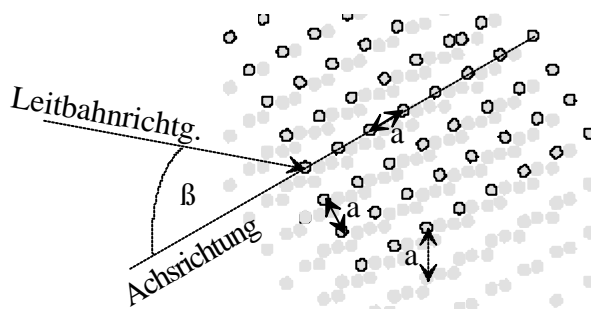
Durch einfache Kanalredundanz können einzelne Störimpulse (5) nur noch unvollständige Interferenzen ( $P'$ ) auslösen. Diese besitzen mindestens einen Null-Multiplikatoren und werden deshalb unterdrückt.

Zur Gestaltung einer gegenüber *korrelierten* Störungen unempfindlichen Abbildung empfiehlt es sich folglich, die Kanalzahl mindestens um zwei höher zu wählen, als die Dimension; also mit wenigstens einfacher Redundanz zu arbeiten.

Zur phantombildfreien, störfesten Übertragung einer Abbildung der Dimension  $D$ , bei der auf allen Kanälen in Größenordnung der Matrix liegende Pulsabstände statthaft sind, sind mindestens  $K = D+2$  Übertragungskanäle erforderlich.

## Matrixraster und Auflösungsvermögen

Ernst Abbe gab im Jahre 1871 eine Beziehung<sup>701</sup> zwischen Aperturöffnung, Wellenlänge und Objektabstand für optische Systeme an.



In Impuls- betriebenen Linsensystemen wirkt statt der Wellenlänge die Impulsbreite, auch ist die grobkörnige, diskrete Struktur von Sende- und Empfangsraum zu beachten. Je schmaler der Impuls ist, desto schärfer wird die Abbildung. Gleichzeitig aber steigt bei stets diskretisiert vorliegenden multiplikativ wirkenden Empfängern die Gefahr der Abbildung auf unbelegte Zwischenräume.

Es sei eine neuronale, multiplikativ wirkende Empfängeranordnung gegeben. Der Abstand  $a$  zwischen den im kubischen Gitter angeordneten Empfängern sei zunächst in allen Richtungen ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) gleich. Eine Wellenfront falle unter dem Winkel  $\beta$  zu einer der Gitterachsen ein. Dann ist zu beachten, daß die Impulsbreite weder zu kurz sein darf - sonst entsteht die Gefahr einer fehljustierten

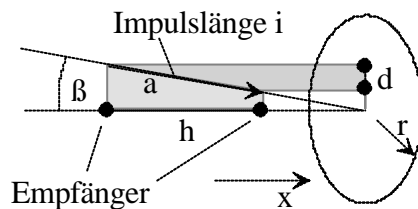
<sup>701</sup> Esche, P.G.: Ernst Abbe. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963, S.46

Abbildung auf Zwischenräume - noch sollte sie zu lang sein, um Redundanz zu vermeiden. Wäre die Impulslänge zB.  $n \cdot a$ , so werden für  $\beta = 0$  gleichzeitig  $n$  Empfänger angesprochen, die Schaltung wiese unnütze Redundanz auf. Die Abbildung würde, gemessen am Clusterabstand, zu unscharf gelingen. Die optimale Impulslänge  $i$  eines unter dem Winkel  $\beta$  ankommenden Signals ist folglich die, die einen Schatten der Länge  $a$  auf die jeweilige (Kristall-) Achse wirft.

$$\cos\beta = \frac{a}{i}$$

Die Projektion der Impulslänge  $i$  auf im Abstand  $a$  entlang einer Achse angeordnete Empfänger wird durch den Kosinus des Einfallswinkels  $\beta$  bestimmt.

Damit läßt sich eine Struktur der Anordnung von Empfängern für eine vorgegebene Linsenkonstellation konstruieren. So entspricht die lokale Auflösung in orthogonaler Richtung zu einer Linsenachse ebenso der Projektion der Impulslänge auf diese Achse.



Der optimale Abstand einer in einer inhomogenen Matrix angeordneten Empfängerzahl ist für einen Impuls der Länge  $a$ , der unter dem Winkel  $\beta$  eine Matrix von Empfängern trifft vorgegeben. In axialer Richtung  $x$  ist unter zumeist sehr flach einfallendem Strahl der auflösbare Abstand  $h$  wesentlich weiter,

$$\sin\beta = \frac{d}{a}$$

als in radialer Richtung  $r$ .

$$\cos\beta = \frac{h}{a}$$

Werden die Proportionen zwischen Impulslänge  $i$  und neuronalem Zellraster  $d$ ,  $h$  in der Gehirnstruktur biologischer Objekte nachgewiesen, sollten sie ein Hinweis darauf sein, daß die jeweilige Struktur neuronale Impulsabbildungen zur Informationsbearbeitung nutzen kann.

Für einen unter beliebigem Raumwinkel einfallenden Strahl kann die Herleitung induktiv erweitert werden.



# Reproduktion der Impulsform

## Multiplikative Reproduktion

Wird ein Empfangsmedium mit einer *multiplizierenden* Eigenschaft benutzt (es sind nicht notwendig multiplizierende Gatter erforderlich, ein kontinuierliches, isotropes oder anisotropes Medium mit einer nichtlinearen, feldstärkeabhängigen Materialeigenschaft ist auch geeignet), multiplizieren sich die Zeit- und Ortsfunktionen der an der Interferenz beteiligten Einzelimpulse.

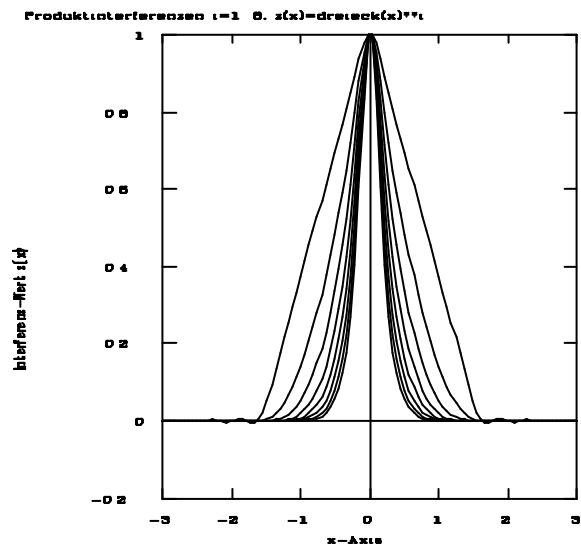
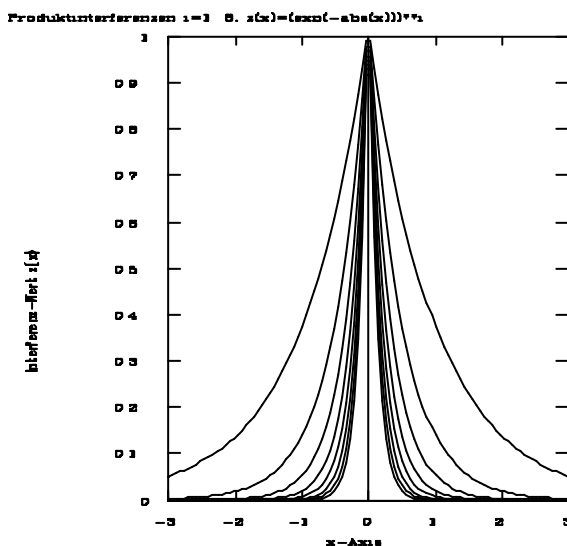
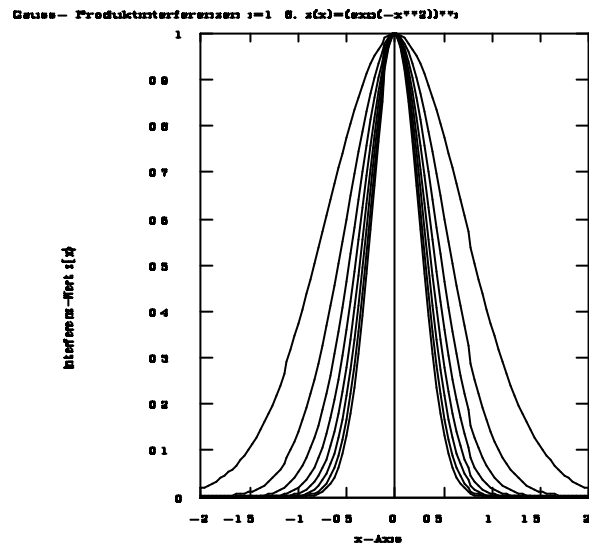
Unter der Annahme, daß auf allen Leitbahnen mit einem Einheitsimpuls der Orts- und Zeitfunktion  $p(x)$  bzw.  $p(t)$  gearbeitet wird, potenziert sich die Wirkung mehrerer, an der Interferenz beteiligter Einzelimpulse. Orts- und Zeitfunktion eines Impulses mögen zueinander proportional sein, als Proportionalitätskonstante wirkt die lokale Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$ . Im Diagramm kann die Ordinate sowohl mit  $x$  als auch mit  $t$  beschriftet werden, die Welle möge sich mit  $x = vt$  ausbreiten. Entsprechend ist die Abszisse mit  $u(x)$  bzw.  $u(t)$  zu bezeichnen.

Für den Fall einer mehrdimensionalen Begegnung von Impulsen an einer Stelle  $x_0$  wird der Ergebnisimpuls sowohl in Abhängigkeit vom Ort, wie auch in Abhängigkeit von der Zeit mit der Potenz  $n$  der Anzahl faktorierender Eingänge schmaler und schärfer.

$$y(t) = p^n(t)$$

$$y(x) = p^n(x)$$

Die Schärfe der Abbildung steigt potenziell zur Anzahl  $n$  an der Interferenz beteiligter Impulse  $p(t)$  bzw.  $p(x)$ , wenn die Impulsform  $p(x,t)$  ein Maximum und endliche Flankenanstiege



besitzt.

Damit wird die besondere Bedeutung nicht rechteckförmiger Impulse für neuronale Interferenzerscheinungen deutlich: Während Rechteckimpulse 'nur' eine Verschärfung der Abbildung im Sinne der Wahrscheinlichkeitsaussagen erbringen, trägt bei dreieckartigen Impulsen zusätzlich noch die Impulsform zur Konturverschärfung bei.

Dargestellt sind in der Reihenfolge die Potenzen  $i=1...8$  der Funktionen:

**Gauß**  $z(x) = b \exp(-ax^2)$  mit  $a = 1, b = 1$

**Abs**  $z(x) = b \exp(-a \text{abs}(x))$  mit  $a = 1, b = 1$

**Dreieck**  $z(x) = \frac{ac}{2\pi} + \frac{4a}{\pi^2} \left| \frac{1-\cos c}{1^2} \cos x + \frac{1-\cos 2c}{2^2} \cos 3x + \frac{1-\cos 3c}{3^2} \cos 3x + \dots \right|$  mit  $a = 1, c =$

Gauß- und Abs- Funktion unterscheiden sich in der Breite der Potenzwirkung. Während die Abs-Funktion stark verschärfend wirkt, zeigt die Gauß- Funktion einen weniger verschärfenden Charakter. Eine völlige Neutralisation der Potenzwirkung bei multiplikativer Empfangsmatrix ist nur durch die Verwendung von Rechteckwellen möglich, Potenz und Funktion sind dann identisch, die kürzeste Impulsbreite einer Produktwelle dominiert die Ausgabe des Multiplizierers.

### Summative Reproduktion

Es ist nicht nur multiplikativ möglich, elektrische Impulswellen zu überlagern. Aufgrund ihrer Einfachheit sind herausragende Überlagerungsmodelle die der Summation und der Multiplikation. Wie dargestellt, zeigt die multiplikative Interferenz im Intervall  $\{0...1\}$  eine 'verschärfende' Eigenschaft, die in der Form

$$y(x) = p^n(x)$$

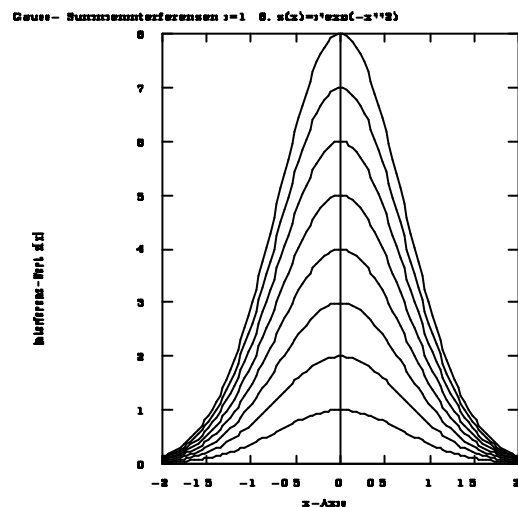
zum Ausdruck kommt.

Im Anhang wird anhand einiger Beispiele deutlich, daß auch die einfache Addition von Impulswellen abbildende Eigenschaften besitzt. Für die additive Überlagerung eines Mediums gilt:

$$y(x) = p_1(x) + p_2(x) + \dots + p_n(x) = \sum_{i=1}^n p_i(x)$$

wenn durch  $p_i$  die Momentanwerte beteiligter Interferenzwellen bezeichnet werden. Im Punkt maximaler Interferenz besitzt folglich der Momentanwert die  $n$ -fache Höhe des einzelnen Impulses, wenn  $n$  die Anzahl beteiligter Impulswellen darstellt. Bei geeigneter Schwellenfestlegung z.B. über analog wirkende Schwellwertgatter ist es folglich mit der summarischen Interferenz ebenfalls möglich, interferenziell wirkende Abbildungssysteme zu gestalten. Die summatische Interferenz (einfacher: Summeninterferenz) zeigt gegenüber der Produktinterferenz wesentliche Besonderheiten.

- Während das Matrixraster bei Produktinterferenz i.a. nach der Zahl interferierender Impulswellen festzulegen ist, weil der Fuß der resultierenden Produktfläche mit zunehmender Zahl beteiligter Impulse immer schmaler wird, bleibt bei Summeninterferenz die Fußbreite erhalten, eine Verschärfung der Abbildung findet nur im Maße der Schwellenfestlegung zur Höhe der Welle statt.



- Das Fehlen eines einzigen Impulses verhindert eine Produktinterferenz sofort, da das Produkt zu null wird. Die Produktinterferenz ist intolerant gegenüber Fehlern, während summative Interferenzen über die Höhe des Schwellwertes fehlertolerant eingestellt werden können.

Aufgrund dieser Eigenschaften besitzen summative Interferenzen für biologische Systeme hohe Relevanz. Die Form der Funktion hat keinerlei Einfluß auf die Qualität der Interferenz. Eine Rechteckfunktion wird ebenso reproduziert, wie eine beliebige Dreiecks- oder Gaußfunktion.

## Selbstreproduzierende Operationen

Besondere Bedeutung besitzen selbstreproduzierende Operationen, die eine Eigenschaft

$$f(t) \otimes f(t) \dots \otimes f(t) = f(t)$$

darstellen, dh. die eine Zeitfunktion  $f(t)$  trotz mehrfacher Verknüpfung miteinander unbeeinflußt lassen.

### Arithmetisches Mittel

$$f(t) = \frac{1}{n}(f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t))$$

### Geometrisches Mittel

$$f(t) = (f_1(t)f_2(t)\dots f_n(t))^{1/n}$$

### Quadratisches Mittel

$$f(t) = \sqrt{\frac{1}{n}(f_1^2(t) + f_2^2(t) + \dots + f_n^2(t))}$$

### Fuzzy- AND/OR

$$f(t) = \frac{\gamma}{n}(f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t)) + (1 - \gamma)(f_1(t)f_2(t)\dots f_n(t))^{1/n}$$

	Kontur-Verschärfung	Fehlertoleranz	Selbst-Reproduktion	Berechnungs-Aufwand
Produkt-Interferenz	ja	nein	nein	+++
Geometrisches Mittel	nein	nein	ja	+++++
Summen-Interferenz	fallabhängig	ja	nein	+
Arithmetisches Mittel	nein	ja	ja	++
Quadratisches Mittel	nein	ja	ja	++++
Fuzzy- AND/OR $\gamma = 0,5$	nein	ja	ja	+++++

Die Impulsform wird bei mehrfacher Interferenz weder geschärft, noch verrundet. Als solche wirken im Funktions- und Wertebereich  $\{0...1\}$  das *arithmetische Mittel*, das *geometrische Mittel*, das *quadratische Mittel* sowie die aus der Fuzzy- Logik bekannte Verknüpfung zwischen

arithmetischem und geometrischem Mittel, das sogenannte gleitende bzw. *kompensatorische AND/OR für  $g = 1/2$* . Der  $\gamma$ - Wert stellt im Wertebereich  $\{0...1\}$  eine Möglichkeit dar, gleitend von einer Produkt- (AND-) zu einer Summen- (OR-) Charakteristik zu wechseln.

Das geometrische Mittel ist als normierte Produktinterferenz aufzufassen. Folglich besteht keine Fehlertoleranz.

Verschiedene andere, aus der Fuzzy- Logik<sup>71)</sup> bekannte Operatoren (Min-Max-, Drastic-, Einstein-, Bounded-, Hamacher-, Yager- Typen) erfüllen die Selbstreproduzierbarkeit nicht, wie durch Einsetzen der Menge aller gleichen Funktionswerte in rechte und linke Seiten der Operationsgleichungen überprüft werden kann.

## Kenngrößen von Pulsinterferenzsystemen

Wenn gelegentlich davon gesprochen wird, daß Übertragungskanäle 'hinreichend spärlich' belegt sind, ist damit gemeint, daß zufällige Interferenzen ein Rauschmaß erzeugen, daß als nicht störend empfunden wird. Eine zu hohe Befeuerung eines beliebigen Übertragungskanals führt in Interferenzsystemen prinzipiell zu einem Ansteigen zufälliger Interferenzen zwischen falschen, voneinander unabhängigen Impulsen.

Damit steigt das Rauschmaß der Übertragungstrecke. Zusätzlich zum **thermischen, weißen Rauschen** elektronischer Bauelemente, daß als Verhältnis aus Rauschleistung  $dP$  und Bandbreite  $df$ ,  $B$  entsteht, und daß temperaturproportional ( $T$  in Kelvin) wirkt, Proportionalitätskonstante ist  $k$  (Boltzmann- Konstante),

$$\frac{dP}{df} = 4kT$$

sind zur Beschreibung des Interferenzrauschens andere Überlegungen nötig. Unter Annahme dünner, nadelförmiger Dirac- Impulse gegen Null gehender Breite wäre die Gefahr der zufälligen Impulsdopplung unendlich gering und somit zu vernachlässigen. Praktisch aber besitzt jeder Impuls eine sehr endliche Breite  $s = vt_i$ , wenn  $t_i$  die Impulsdauer,  $v$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit auf der Leitbahn und  $s$  die geometrisch gemessene Impulslänge darstellt. Der Einfachheit halber soll angenommen werden, daß mit Rechteck- Impulsen gearbeitet wird. Die maximale Impuls-Folgefrequenz soll mit  $f_f = 1/t_f$  bezeichnet werden. Je breiter ein Einzelimpuls im Verhältnis zu seiner Feuerfrequenz ist, umso höher ist die Wahrscheinlichkeit, daß er bei einer Interferenz mit anderen fehlerhafte Überlagerungsergebnisse verursacht.

Die Wahrscheinlichkeit  $P$ , zu einem zufällig gewählten Zeitpunkt  $t_0$  einen Impuls an einem definierten Ort einer Leitbahn vorzufinden, ist gleich dem Verhältnis aus Impulsdauer  $t_i$  und Zeitdauer zwischen zwei Folgeimpulsen  $t_f$ , bzw. dem Produkt aus Impulsdauer  $t_i$  und Feuerfrequenz  $f_f$ .

$$P = \frac{t_i}{t_f} = t_i f_f \quad (1)$$

Für einen unendlich dünnen Impuls gilt dann der oben diskutierte Grenzwert

$$\lim_{t_i \rightarrow 0} P = 0$$

dh. es ist zu einer beliebigen Zeit  $t_0$  nicht mehr möglich, einen Impuls zu anzutreffen. Belegt die Impulsbreite hingegen das gesamte Intervall zwischen zwei Impulsen, gilt der Grenzwert

$$\lim_{t_i \rightarrow 1/f_f} P = 1$$

<sup>71)</sup> Tilli, T.: Fuzzy- Logik. 2. Aufl., Franzis- Verlag GmbH & Co., München, 1992

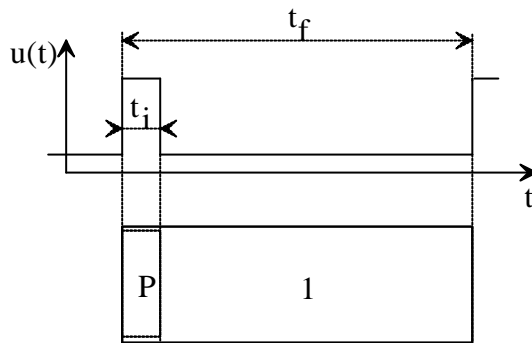
dh. zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t_0$  ist stets ein Impuls vorzufinden. Unter der Annahme der Unabhängigkeit der Ereignisse ist die Wahrscheinlichkeit dafür, das  $n$  Leitbahnen zum selben Zeitpunkt  $t_0$  den Impulswert Eins liefern, gemäß der Multiplikationsregel der Wahrscheinlichkeitsrechnung gleich dem Produkt aus den Einzelwahrscheinlichkeiten  $P_j$ .

$$P = \prod_{j=1}^n P_j \tag{2}$$

Für den Spezialfall gleicher Impulsbreiten  $t_i$  auf allen Leitungen kann Gleichung (1) in (2) eingesetzt werden, die Wahrscheinlichkeit für zufällige Überlappungen ist dann:

$$P = t_i^n f_1 f_2 f_3 \dots f_n \tag{3}$$

Damit ist das Werkzeug benannt.



Kenngrößen eines Impuls-Interferenz- Systems.

- Impulsabstand  $t_f$
- Impulsdauer  $t_i$
- Wahrscheinlichkeit  $P$

Werden  $n$  voneinander unabhängige Impulsgruppen, die zu einer Abbildung gehören, zusammengefaßt und auf einer Leitbahn übertragen, kann ausgehend von einer maximal erwünschten Wahrscheinlichkeit der zufälligen Überlappung  $P$  ausgehend die nötige Impulsbreite  $t_i$  des Einzelimpulses, sowie die maximal statthafte Feuerfrequenz  $f_f$  auf den Kanälen festgelegt werden.

Ein Sonderfall von Gleichung (3) ist die Vorgabe eines gleichartigen Impulserzeuger- Typs, wobei angenommen wird, daß typgemäß eine einheitliche, maximale Feuerfrequenz  $f_f$  von allen  $n$  Impulserzeugern benutzt wird.

$$P = (t_i f_f)^n \tag{4}$$

Diese Bestimmungsgleichung für die Festlegung von Generatorparametern in Abhängigkeit von der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit  $P$  der zufälligen, ungewollten Interferenz

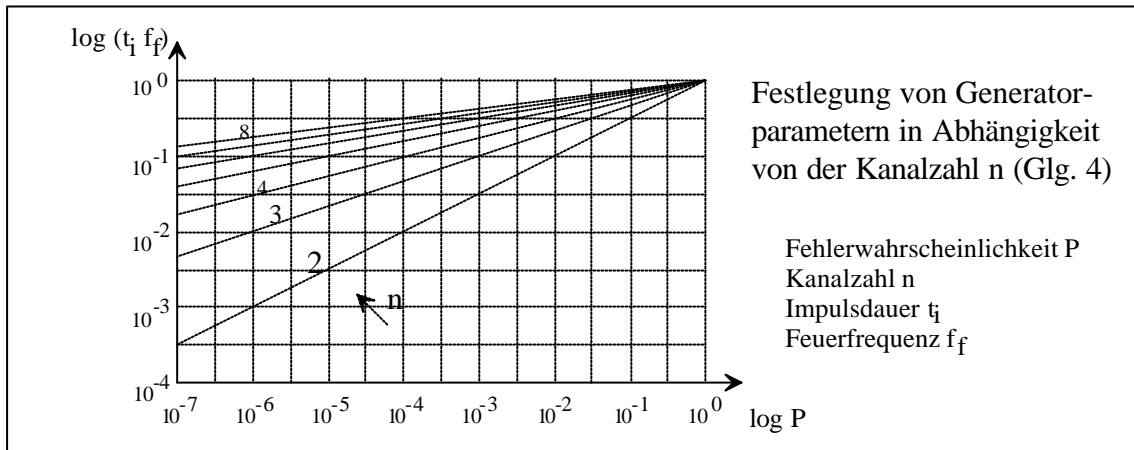
$$t_i f_f = \sqrt[n]{P} \tag{5}$$

besagt wesentliches über die Güte einer Interferenz- Abbildung.

- Bei technologisch gegebener, minimaler Impulsbreite  $t_i$  kann die maximal mögliche Feuerfrequenz  $f_f$  erheblich erhöht werden, wenn zusätzliche, redundante Kanäle ( $n$  steigt) geschaffen werden, dh. wenn die Dimension der Abbildung künstlich erhöht wird. Damit steigt der übertragbare Dynamikumfang bzw. das Kontrastverhältnis der Abbildung.
- Eine Reduktion der Kanalzahl ( $n$ ) ist stets mit einem Verlust an Übertragungsqualität verbunden (da stets gilt  $P < 1$ ).
- Die kritischste Abbildung in einem System ist die der geringsten Dimension oder Kanalzahl. Von ihr ausgehend sollten die Systemparameter Impulsbreite  $t_i$  und maximale Feuerfrequenz  $f_f$  festgelegt werden.

Im Diagramm ist zu erkennen, daß brauchbar niedrige Fehlerwahrscheinlichkeiten kleiner  $10^{-4}$  mit einer zweikanaligen Übertragung ein maximales Produkt von Impulsdauer mal Feuerfrequenz (**Impulsdauer- Feuerfrequenz- Produkt, IDFF**) von 1 zu 100 bedingen. Mit einer vierkanaligen Übertragung kann das IDFF- Produkt bereits auf 1 zu 10 gesenkt werden, mit einer achtkanaligen auf 1 zu 3, um dieselbe Fehlerwahrscheinlichkeit kleiner als  $10^{-4}$  zu erreichen.

Aus dem Studium verschiedener, in den Fußnoten aufgeführter Quellen ist bekannt, daß die Natur mit maximalen IDFF- Verhältnissen von 1 zu 10 verschiedentlich arbeitet.



## Bandbreite, Signalwert und -Priorität

Im Gegensatz zu determinierten Bussen in Rechnersystemen (auch wenn diese stochastisch ausfallen können) bieten interferenzielle Impulssysteme mit stochastisch arbeitenden Quellen den Vorzug, unabhängig von der Bandbreite der Übertragungsleitungen Daten übertragen zu können. Dabei steigt die Wahrscheinlichkeit der Übertragung eines bestimmten Bits oder Pixels der Abbildung mit der Momentanfrequenz der Aussendung. Ein stark feuender Sensor wird sich bei stark belastetem Bus gegenüber einem schwächeren durchsetzen. Die Übertragung geschieht priorisiert. Im Gegensatz zu Booleschen Logiksystemen ist die logische Signalwertigkeit ( $0 \dots 1$ ) neuronaler Impulssysteme untrennbar mit der Übertragungspriorität ( $0 \dots 1$ ) verbunden. Je höher die Signalwertigkeit, desto höher die Priorität. Ein Nullpegel besitzt die Übertragungspriorität null, er wird explizit nicht übertragen.

Der maximale Durchsatz einer interferenziellen Übertragungsleitung kann ermittelt werden. Zur Übertragung eines Schwarzbildes aus lauter Einsen, das aus  $n$  Bildpunkten (Pixeln) besteht, wobei jeder Bildpunkt maximal durchschnittlich mit der Frequenz  $f_1$  feuert, ist die Übertragungsbandbreite  $f_{max}$  erforderlich.

$$f_{max} = n f_1$$

Die Nennbelastung einer Leitung  $f_{nenn}$  wird fallabhängig, adäquat zur Belastung von Telefonnetzen, nur einen Bruchteil ( $R < 1$ ) dieser maximalen Belastung  $f_{max}$  sein.

$$f_{nenn} = R f_{max} = n R f_1$$

Ist die Bandbreite  $f_{wire}$  der Übertragungsleitung (sie kann bei aus Schieberegistern gestalteten Laufzeitketten durch die Taktfrequenz der Schieberegister vorgegeben sein) um einen Faktor  $k$  kleiner, als die geforderte Übertragungskapazität  $f_{nenn}$ ,

$$f_{wire} = k f_{nenn}; \quad k < 1$$

so wird ein Pixle niedrigster Priorität länger brauchen, ehe es zufällig eine Lücke zum Durchschlüpfen findet. Wird es mit der mittleren Frequenz  $f_{pixle} = P f_I$  ausgesandt (Priorität  $P$  ist gleichzeitig Signalwert  $P < I$ ), so ist die Wahrscheinlichkeit für ein Durchschlüpfen  $kP$ , dh. die zur Übertragung des Pixels nötige Zeit  $t$  vergrößert sich etwa um diesen Faktor, gemessen an der Grundfrequenz des Schwarzwertes  $f_I$ .