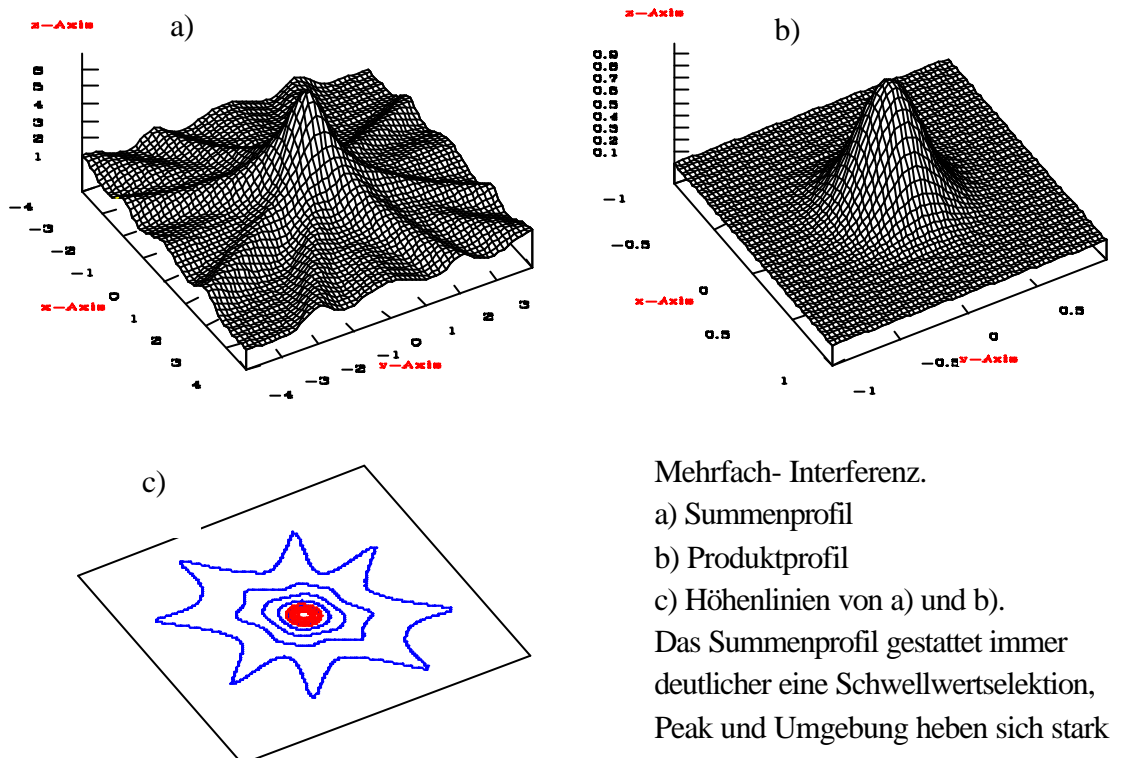


## Vielfach- Interferenz

In den Bildern sind von einer siebenfachen Interferenz im Koordinatenursprung in Folge Summenfläche, Produktfläche und Höhenprofile dargestellt.

Der Maßstab der Produktfläche wurde reduziert, um eine Darstellungsmöglichkeit der sehr schmal werdenden Nadel zu erhalten. Im folgenden Höhenlinienbild fällt auf, daß die einzelne Welle durch die Quantelung des Darstellungsprogramms entfällt. Es sind fünf Höhenlinien der Summenfläche dargestellt, die den Höhenwerten 1..6 zugeordnet sind. Dagegen sind der Produktfläche Höhenwerte zwischen 0,1 und 0,9 zugeordnet. Die Produktfläche ist also in Bezug auf die Summenfläche noch kleiner, als es den Anschein hat. Es wird deutlich, das ein Interferenzraum auch eine Summeneigenschaft statt der stets angenommenen Produkteigenschaft besitzen kann, wenn



Mehrfach- Interferenz.

a) Summenprofil

b) Produktprofil

c) Höhenlinien von a) und b).

Das Summenprofil gestattet immer deutlicher eine Schwellwertselektion, Peak und Umgebung heben sich stark voneinander ab.

gewährleistet ist, daß eine der Schwellenfestlegung entsprechende Vielzahl von Wellen an jeder Interferenz beteiligt ist, und die einzelne Welle mit Sicherheit unter der Erkennungsschwelle des Neurons liegt. Die Summenfläche wird mit wachsender Wellenzahl immer steiler, jedoch wird ihre Grundfläche nicht kleiner als die Impulsbreite. Der Zugang über die Summenfläche erscheint den Erfordernissen der Biologie recht nahe zu kommen, da unnötige Verschärfungen der Abbildung vermieden werden, gleichzeitig aber der Weg nichtinterferenzialer Verarbeitung offen bleibt. Ein Mangel multiplikativen Interferenzempfangs ist zweifellos darin zu sehen, daß das Fehlen eines einzigen, zur Interferenz beitragenden Impulses eine Abbildung verhindert. Summative, an Schwellwerte gebundene Impulsinterferenz hingegen toleriert den Ausfall einzelner Impulse. Die bildschärfende Eigenschaft der Produktinterferenz macht diese hingegen für technische Applikationen interessant.

## Kreiswelle

Oft ist das Auffinden geeigneter einfacher Lösungsansätze zur Darstellung bestimmter Wellenformen recht zeitraubend. Da verbunden mit der Arbeit ohnehin derartige Lösungen zu besprechen sind, hier einige weitere Beispiele für impulsförmige Wellenfronten.

Mit dem Satz des Pythagoras

$$r^2 = x^2 + y^2$$

wird ein Kreis durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0$$

beschrieben. Als Argument in eine außerhalb der Kreiswelle gegen Null konvergierende Exponentialfunktion eingesetzt,

$$\exp(0) = 1; \quad \exp(-\infty) = 0$$

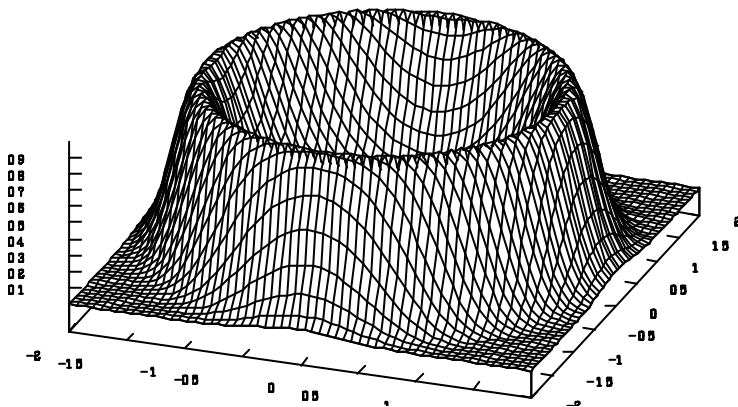
lassen sich einfache Darstellungen kreisförmiger und hyperbolischer Wellenfrontverläufe mit dem Ansatz

$$\exp(-(arg)^2) = 1$$

in der Form

$$z(x, y, r) = e^{-\{(x-x_0)^2 \pm (y-y_0)^2 - (r-r_0)^2\}^2} \left\{ \begin{array}{l} + \text{ Kreis} \\ - \text{ Hyperbel} \end{array} \right\}$$

gewinnen. Eine Betragsbildung zB. durch zusätzliche Quadratur ist erforderlich, um den Wert des Exponenten stets negativ zu halten. Wird das Vorzeichen des Radius umgekehrt, spiegelt sich die gesamte Funktion an der Geraden  $x^* = y^*$ . Mit dem Stern wird die Normierung der Variablen auf einen beliebigen Ursprung  $x^* = x - x_0$  bezeichnet.



Kreiswelle

$$\exp(-((x-x_0)**2+(y-y_0)**2-r**2)**2)$$

Mit Variation des Parameters  $r$

$$r(t) = v(t - t_0)$$

läßt sich wiederum, geeignete Hard- und Software vorausgesetzt, eine bewegte Wellenfront darstellen.

## Hyperbelwelle

Werden die Quadraturen von  $x$  und  $y$  voneinander subtrahiert, entsteht analog zur Kreiswelle eine Hyperbelcharakteristik

Für die Hyperbel gilt in Abwandlung des Pythagoras

$$x^2 - y^2 = r^2.$$

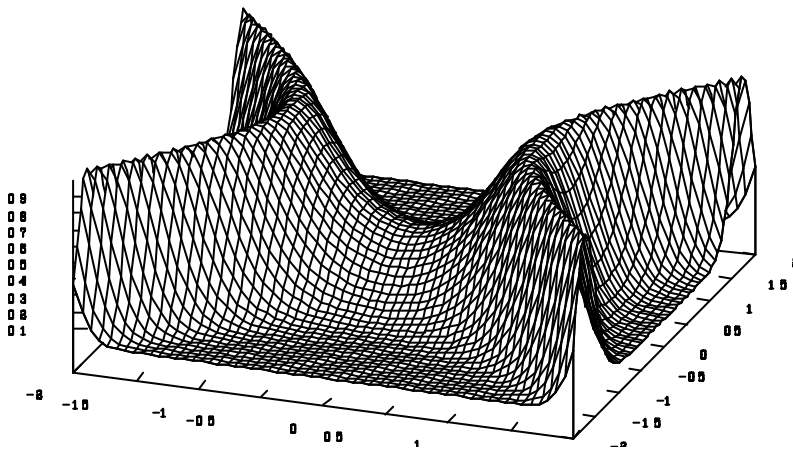
Daraus folgt für das Argument der zu bestimmenden Exponentialfunktion

$$x^2 - y^2 - r^2 = 0.$$

Eingesetzt in den Exponenten folgt

$$z(x, y, r) = e^{-\{(x-x_0)^2 \pm (y-y_0)^2 - (r-r_0)^2\}^2} \left\{ \begin{array}{l} + \text{ Kreis} \\ - \text{ Hyperbel} \end{array} \right\}.$$

Die in dieser Weise entstehende Raumwelle kann als 'Nachleuchten' des wandernden Erregungsortes zweier Kreiswellen, die sich von den Brennpunkten der Hyperbel aus ausbreiten, verstanden werden.

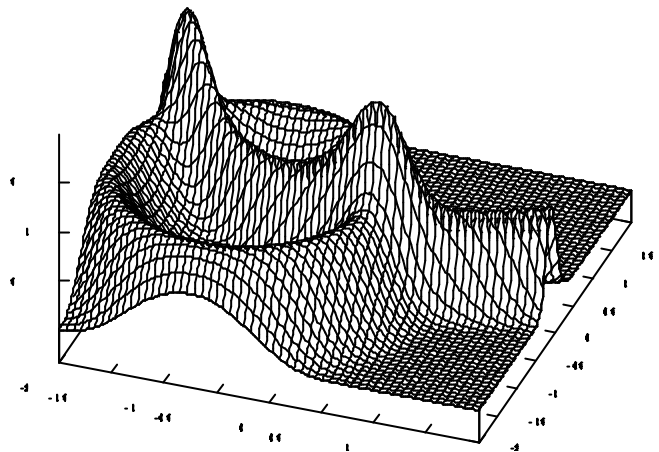


Hyperbolische Wellenfront  
 $\exp(-((x-x_0)**2-(y-y_0)**2-r**2)**2)$

Auch kann die Hyperbelwelle als das Integral zweier miteinander multiplizierter Kreiswellenfunktionen verstanden werden, deren Radiendifferenz konstant und gleich dem Brennpunktabstand ist. Die im Bild dargestellte Funktion kann zB. als Energiefunktion einer liegenden Acht verstanden werden, wobei die Brennpunkte der Hyperbel identisch den Mittelpunkten der Kreisbögen der Acht zuzuordnen sind.

## Schneidende Kreiswellen

Abschließend ein Beispiel für zwei sich schneidende, sich radial ausbreitende Wellenfronten, die summativ überlagert sind. Deutlich ist die Überhöhung an den Schnittpunkten zu erkennen. Das Interferenzbild ist zwei zeitversetzt zueinander gestarteten Impulswellen zuzuordnen, die sich in einem (nahezu) kontinuierlichen Medium ausbreiten.



Schneidende Kreiswellen

Ein entsprechendes GnuPlot<sup>78]</sup>- Modell sieht wie folgt aus:

```
a=3          # Radius der ersten Welle
b=1.25       # Radius der zweiten Welle
x1=.5        # Ursprungsverschiebung der ersten Welle in x-Richtung
y1=2.5       # Ursprungsverschiebung der ersten Welle in y-Richtung
x2=-.75      # Ursprungsverschiebung der zweiten Welle in x-Richtung
y2=-.5       # Ursprungsverschiebung der zweiten Welle in y-Richtung

plot exp(-((x-x1)**2-a**2+(y-y1)**2)**2) + exp(-((x-x2)**2-b**2+(y-y2)**2)**2)
```

Die Differenz der Radien kann als Zeitdifferenz des Ursprungs der Erregung beider Wellen gedeutet werden:

$$a - b = v t = v (t_a - t_b)$$

Fortschreitende Wellenfronten können bei parametrischer Steuerung über den Ansatz

$$a = r - a'$$

$$b = r - b'$$

dargestellt werden, wobei  $r$  der laufende Parameter, und  $a'$  bzw.  $b'$  die Startwerte darstellen.

<sup>78]</sup> GnuPlot Copyright (C) 1986, 1987, 1990, 1991, 1992 Thomas Williams, Colin Kelley

## Vierfach-Kreiswelleninterferenz (Laufzeit-Feld)

Zur Darstellung der Zeitfunktion des Impulses wird die Funktion

$$\text{imp}(x) = \exp(-x^2)$$

genutzt. In das Argument der Funktion geht die Kreisgleichung

$$u^2 + v^2 - r^2 = 0$$

in der Form

$$\text{imp}((u-uu)^2 + (v-vv)^2 - rx^2)$$

ein. Sind die Koordinaten des Interferenzpunktes  $(uu, vv)$  vorgegeben, sind zunächst die Radien  $rx$  in Zeiteinheiten  $txx$  als Abstände des Interferenzpunktes von den Quell- (oder Senkenpunkten)  $(uu, vv)$  als Betrag zu ermitteln.

$$uu = 2$$

$$vv = 1$$

$$t00 = \sqrt{(uu-0)^2 + (vv-0)^2}$$

$$t11 = \sqrt{(uu-5)^2 + (vv-5)^2}$$

$$t01 = \sqrt{(uu-0)^2 + (vv-5)^2}$$

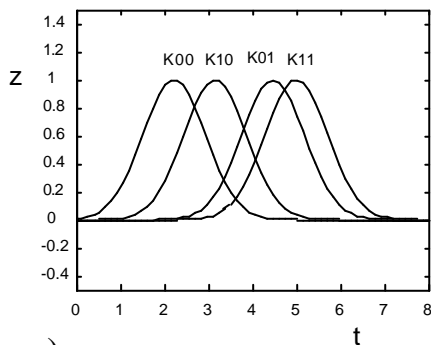
$$t10 = \sqrt{(uu-5)^2 + (vv-0)^2}$$

Zur Bestimmung der zeitlichen Relation zwischen den Impulsen der Kanäle wird der Funktionswert in Abhängigkeit von der Zeitverschiebung  $txx$  als Parameter angegeben.

`plot t, imp(t-t00), t, imp(t-t11), t, imp(t-t01), t, imp(t-t10)`

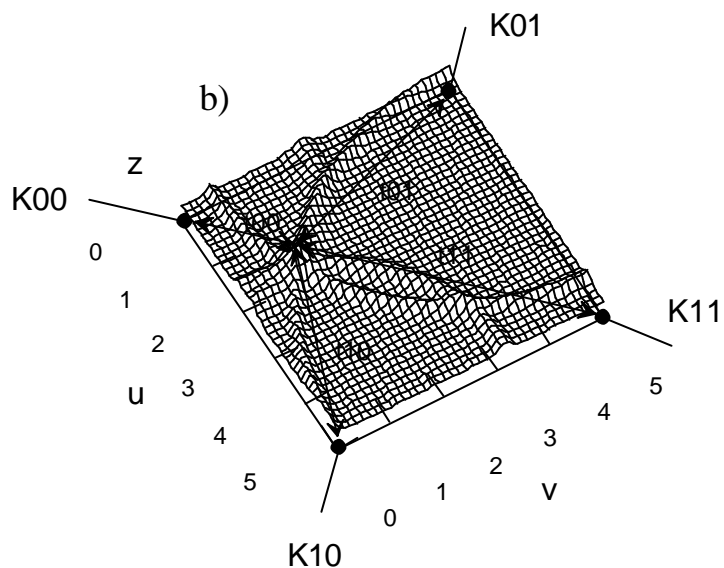
Dazu gehört das Interferenzbild:

`splot u, v, imp((u-0)**2 + (v-0)**2 - t00**2) + imp((u-5)**2 + (v-5)**2 - t11**2) +  
imp((u-5)**2 + (v-0)**2 - t10**2) + imp((u-0)**2 + (v-5)**2 - t01**2)`



a)

K00: t, imp(t-t00)  
K11: t, imp(t-t11)  
K01: t, imp(t-t01)  
K10: t, imp(t-t10)



Interferenz auf einem Feld mit vier speisenden Kanälen (Momentaufnahme).

- a) Zeitliche Relation der ankommenden Impulse  
b) Bestimmung des Interferenzortes

## Ein Beispiel zu Eigen- und Fremdinterferenz

Zur Darstellung einer Fremdinterferenz, wie zur Darstellung von Phantombildern wird zusätzlich ein weiterer, im Rahmen des Bildfeldes zu eng angeschlossener Impuls eingefügt, der die Bühne betritt, noch bevor der Vorgängerimpuls sie verlassen hat.

Die Ermittlung der Interferenzradien erfolgt analog zur oben dargestellten Weise.

*# Vierfach-Kreiswelleninterferenz (Eigen- und Fremdinterferenz)*

$uu=2$

$vv=1$

$t00=\text{sqrt}((uu-0)**2+(vv-0)**2)$

$t01=\text{sqrt}((uu-0)**2+(vv-5)**2)$

$t10=\text{sqrt}((uu-5)**2+(vv-0)**2)$

$t11=\text{sqrt}((uu-5)**2+(vv-5)**2)$

Zusätzlich soll eine weitere Interferenz stattfinden, die ausgehend von der Ecke (5,5) bei den Koordinaten (4,3) liegt.

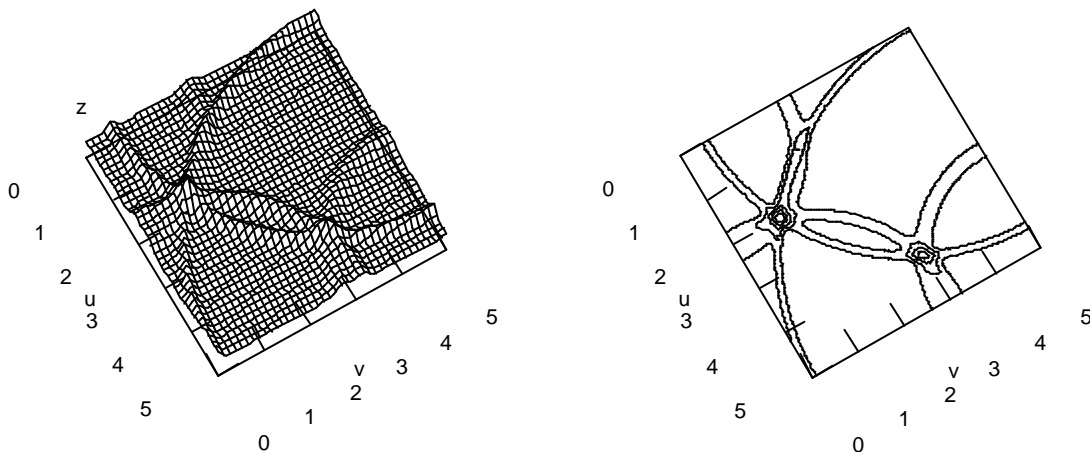
$uu2=4$

$vv2=3$

$t112=\text{sqrt}((uu2-5)**2+(vv2-5)**2)$

Zur darzustellenden Funktion wird ein Zusatzterm addiert, der den darzustellenden Impuls repräsentiert.

$\text{plot } u,v,\text{imp}((u-0)**2+(v-0)**2-t00**2)+\text{imp}((u-5)**2+(v-5)**2-t11**2)+\text{imp}((u-5)**2+(v-5)**2-t112**2)+\text{imp}((u-5)**2+(v-0)**2-t10**2)+\text{imp}((u-0)**2+(v-5)**2-t01**2)$



An dieser Stelle wird die örtliche Repräsentation bildlicher Abbildungen (eigeninterferenzzieller Abbildungen) in Verbindung mit Amplituden transparent. Im Nervensystem werden Amplituden durch Pulsdichte moduliert. Je höher der zu übertragende Wert (Druck, Geräusch...), desto öfter feuert ein Neuron. Folglich ergeben verschiedene Amplituden verschiedene Interferenzpunkte, die hinzukommenden Fremd-Interferenzen besäßen verschiedene Lokalisationen in Abhängigkeit von einer jeweiligen Feuerrate. Damit wird transparent, warum in unserem Denken sinnliche Wahrnehmungen mit bildlichen Wahrnehmungen verschmelzen können, mehr noch, warum es uns oft nicht möglich ist, diese rational zu separieren, man denke an Sex oder Angst.

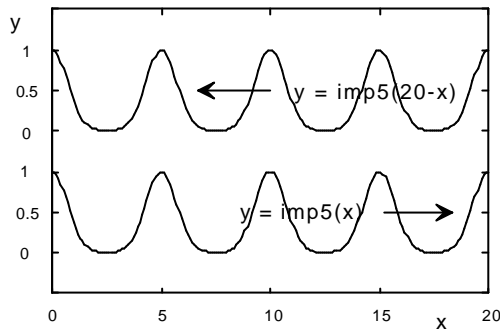
## Zeitlich veränderliche Vorgänge

### Zeitdarstellung entgegenlaufender Impulswellen

Impulsfolgen mögen zur Prüfung des Vorhandenseins zeitinvarianter Maxima wie dargestellt gegeneinandergeführt werden.

Eine Impulsfolge kann in elementarer Form z.B. aus Einzelimpulsen bestehen.

$$\text{imp5}(x) = \exp(-x^{**2}) + \exp(-(x-5)^{**2}) + \exp(-(x-10)^{**2}) + \exp(-(x-15)^{**2}) + \exp(-(x-20)^{**2}) + \exp(-(x-25)^{**2}) + \exp(-(x-30)^{**2})$$



Gegenläufige Impulsfolgen.  
Zur Visualisierung der Zeit ist eine dritte Dimension erforderlich.

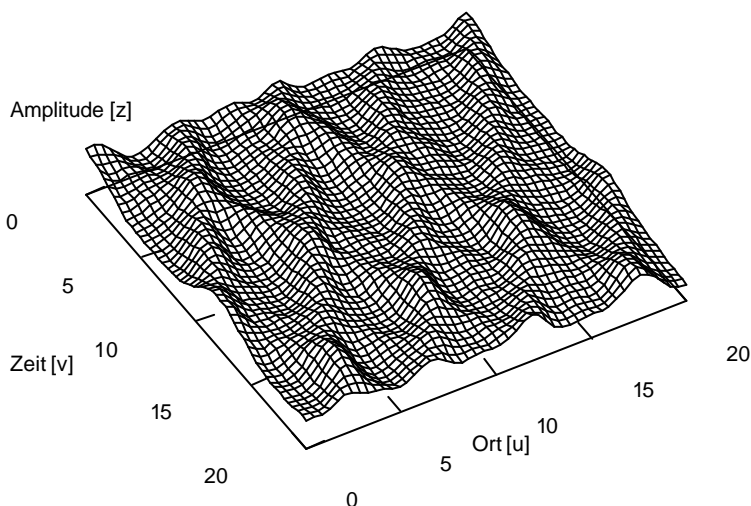
Zur Darstellung der Wanderung der Fronten bedienen wir uns einer parametrischen Darstellung mit normierten Größen.

Entlang der  $x$ -Achse wird jeweils für jeden normierten Zeitpunkt  $t/t_0$  die Wellenfront berechnet, Parameter dafür ist  $v$ . Entlang der  $y$ -Achse wird die normierte Ortsfunktion  $x/x_0$  berechnet, ausgedrückt durch den Parameter  $u$ . Der Funktionswert selbst wird in  $z$ -Richtung aufgetragen. Die Amplitude  $a$  entsteht ebenfalls aus einer Normierung.

$$v = t/t_0; \quad u = x/x_0; \quad a = z/z_0$$

$$z = 5 * \text{imp5}(u+0.4*v) + 3 * \text{imp7}(u-0.5*v+20) + \text{imp9}(u-v+20) + \text{imp4}(u+0.3*v) + \text{imp6}(u+0.6*v) + 2 * \text{imp3}(u-0.1*v+20)$$

Für GnuPlot folgt die in den Bildern notierte Darstellungsform.



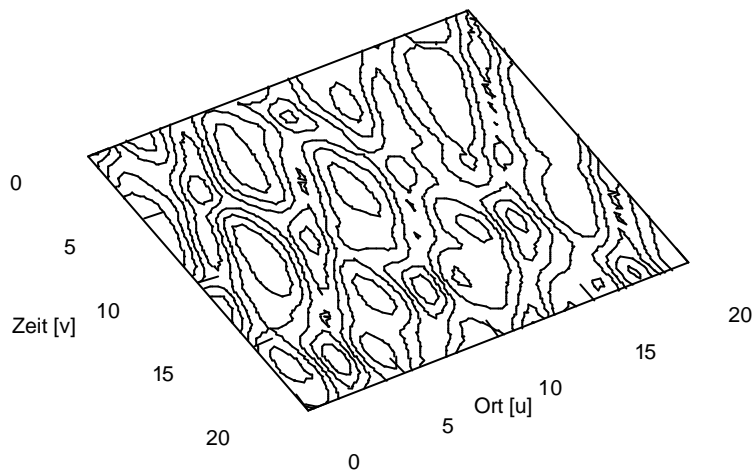
Überlagerungslandschaft aus verschiedenen schnellen Impulswellen verschiedener Wellenlänge.

Im Plot ist der zeitliche Verlauf der Überlagerung unten notierter Funktion dargestellt.

Achsenzuordnung:

- x: v
- y: u
- z: f(u,v)

$$\text{splot v, u, } 5 * \text{imp5}(u+0.4*v) + 3 * \text{imp7}(u-0.5*v+20) + \text{imp9}(u-v+20) + \text{imp4}(u+0.3*v) + \text{imp6}(u+0.6*v) + 2 * \text{imp3}(u-0.1*v+20)$$



Konturplot.

```
splot v, u, 5*imp5(u+0.4*v)+3*imp7(u-0.5*v+20)+imp9(u-v+20)+imp4(u+0.3*v)+imp6(u+0.6*v)+2*imp3(u-0.1*v+20)
```



