

2. Statische Modellierung des CMOS-Inverters

2.1. Zweigeteiltes Transistormodell

Die in der Arbeit aufgeführten Simulationen werden mit dem hier beschriebenen Modell des Enhancement-Transistors, das im Wesen auf die Gradual-Channel-Aproximation (GCA) nach Shichmann u. Hodges /S8/ zurückgeht, durchgeführt. Das benutzte Modell wurde vom Auto in Anlehnung an die Arbeiten /P8/ bis /P14/, /D4/ und /Z1/ unter Vorgabe der Modellkonstanten einer realen CSGT2-Technologie erstellt. Das Modellprinzip der I_{DS} -Stromquelle CTRA des Transistors ist ausführlich in /H10/ dargestellt, dem Modell der Transistorkapazität CTRA war der Aufsatz /H17/ des Autors gewidmet. Die ausführliche Erörterung der Modelle soll nicht Gegenstand der Arbeit sein in der Literatur sind zur MOS-Modellproblematik hinreichend erschöpfende Artikel veröffentlicht worden, z.B. /J4/, /G1/, /M14/, /M15/, /D2/, /D5/, /D6/, /D7/, /D8/ und /D9/.

Die Modellprozeduren CTRA und CKAP sowie die sie aufrufenden Transistorkörper ENC und EPC wurden als Anlage 1 zur Arbeit aufgenommen. Die Modellkonstanten wurden ausgehend von Pflichtenheftvorgaben einer realen CSGT2-Technologie erstellt /J6/.

Eine mögliche, einfache Herleitung des zweigeteilten Transistormodells soll demonstriert werden. Von anderen physikalischen Phänomena ausgehende Herleitungen finden sich z.B. in /J3/, S. 14 oder im /M18/, S. 65.

Aus Kleinsignalmessungen an MOS-Transistoren kann abgelesen werden, daß ein Zusammenhang zwischen Ausgangsleitwert $g_{akt} = dI_{DS} / dU_{DS}$ und Eingangsspannung $U_{GSE} = U_{GS} - U_P$ sowie Ausgangsspannung U_{DS} für den Fall, daß U_{GSE} größer als U_{DS} ist, besteht. Es gilt in Näherung:

$$g_{akt} = \frac{dI_{DS}}{dU_{DS}} = K_0 (U_{GSE} - U_{DS}) ; U_{GSE} \geq U_{DS} \quad (2.1.1)$$

Wird diese Differentialgleichung durch Trennung der Variablen gelöst, so entsteht daraus die Transistorgleichung für den aktiven Bereich:

$$\int dI_{DS} = K_0 \int (U_{GSE} - U_{DS}) dU_{DS} \quad (2.1.2)$$

$$I_{DS} = K_0 \left(U_{GSE} U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right) + C_0 ; \quad U_{GSE} \geq U_{DS} \quad (2.1.3)$$

Die Integrationskonstante C_0 ist identisch Null. Die Kennlinienkonstante K_0 kann physikalisch als Produkt aus Beweglichkeit der Majoritätsladungsträger, flächenbezogener Oxidkapazität C''_{ox} und Breiten-zu Längenverhältnis $K_0 = \mu C''_{ox} B/L$ (siehe /H10/ interpretiert werden. Den Anschluß an den aktiven Bereich bildet der Einschnürbereich ($U_{GSE} < U_{DS}$).

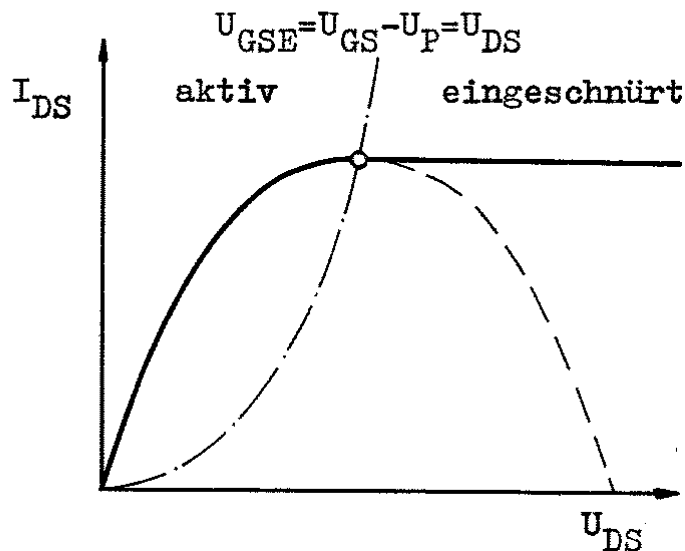


Abb.2.1-1

Für Transistoren hinreichend großer Kanallänge kann festgestellt werden, daß der Ausgangsleitwert näherungsweise gegen Null strebt d.h. daß I_{DS} für Transistoren großer Kanallänge unabhängig von U_{DS} wird.

Für $U_{GSE} = U_{DS}$ folgt aus Gleichung (2.1.3) unmittelbar:

$$I_{DS} = K_0 \frac{U_{GSE}^2}{2} ; \quad U_{DS} > U_{GSE} \quad (2.1.4)$$

Diese Gleichung kennzeichnet den zweiten Betriebsbereich des MOS-Transistors, den Einschnürbereich. Ein dritter Arbeitsbereich, der Entblösungs- oder Subthreshold-Bereich, kann aus dieser Modellvorstellung nicht gewonnen werden. Er ist in diesem Zusammenhang auch nicht von Belang. Die Vorzüge dieses klassischen Modells sind bekannt: Der Funktionswert ist an der Trennstelle stetig und differenzierbar, d.h. rechts- und linksseitige Ableitung sind identisch. Durch Einfügung zusätzlicher Konstanten zu beiden Bereichen, wie z.B. Division durch $(1 + K_3 U_{GSE})$; Addition von

$K_4 U_{GSE} U_{DS}$ bzw. $(K_4 U_{GSE} U_{DS} + K_4^2 U_{DS}^2 / 2)$ sowie Berücksichtigung der Bulkinfluenz (Bodyeffekt) $U_{GSE} = U_{GS} - U_T$ mit $U_T = f(U_{SB})$ kann aus obigen Gleichungen ein hinreichend genaues Transistormodell gewonnen werden, s. Abb. 2.1-2. Die Stetigkeit des Modells bleibt erhalten. Der Nachteil dieses Modells für analytische Untersuchungen, die Zweiteiligkeit, wird jedoch nicht berührt.

Bereits bei der Aufstellung einer Gleichung für die allgemeine, statische Transfercharakteristik eines Inverters werden aus zwei Bereichen der Transistorkennlinie vier Bereiche, die getrennt voneinander zu bestimmen wären, um die Dynamik eines Inverters zu berechnen. Die Fülle zu beachtender Randbedingungen führt dazu, daß die Lösung entstehender Differentialgleichungen im Zeitbereich praktisch unmöglich wird. Ansätze, dies zu tun, führen auf expandierende Gleichungssysteme, die auch durch Konvergenzuntersuchungen und -abschätzungen sowie durch Ausklammerungen nicht in eine Form zu bringen sind, die "analytisch" zu nennen ist, und die verallgemeinerbare Abstraktionen gestattet.

Die Zahl zu berechnender Lösungen l steigt etwa mit der Anzahl n zu berechnender Transistorgleichungen zur zweiten Potenz: $l \sim 2^n$. Dieser Erkenntnis folgend ist es zwar möglich, auf analytischem Wege die Signalfortpflanzung durch wenige Transistoren (z.B. einen einzigen) zu betrachten, hingegen spricht die Kompliziertheit der zu lösenden Differentialgleichungen dagegen, wenn angenommen werden muß, daß genannte Modellverbesserungen zweiter Ordnung in bestimmten Arbeitsbereichen des digitalen Gatters die Dynamik entscheidend bestimmen (Konstante K_4 im Bereich quasistatischer Eingangsfanken), und nicht vernachlässigbar sind. Das Transistormodell bietet außer für die Spezialfälle Sprungantwort und Quasistatik keine Möglichkeiten, Aussagen zum dynamischen Verhalten des Gatters bei Großsignalbetrieb (digitale Flanken) zu erhalten.

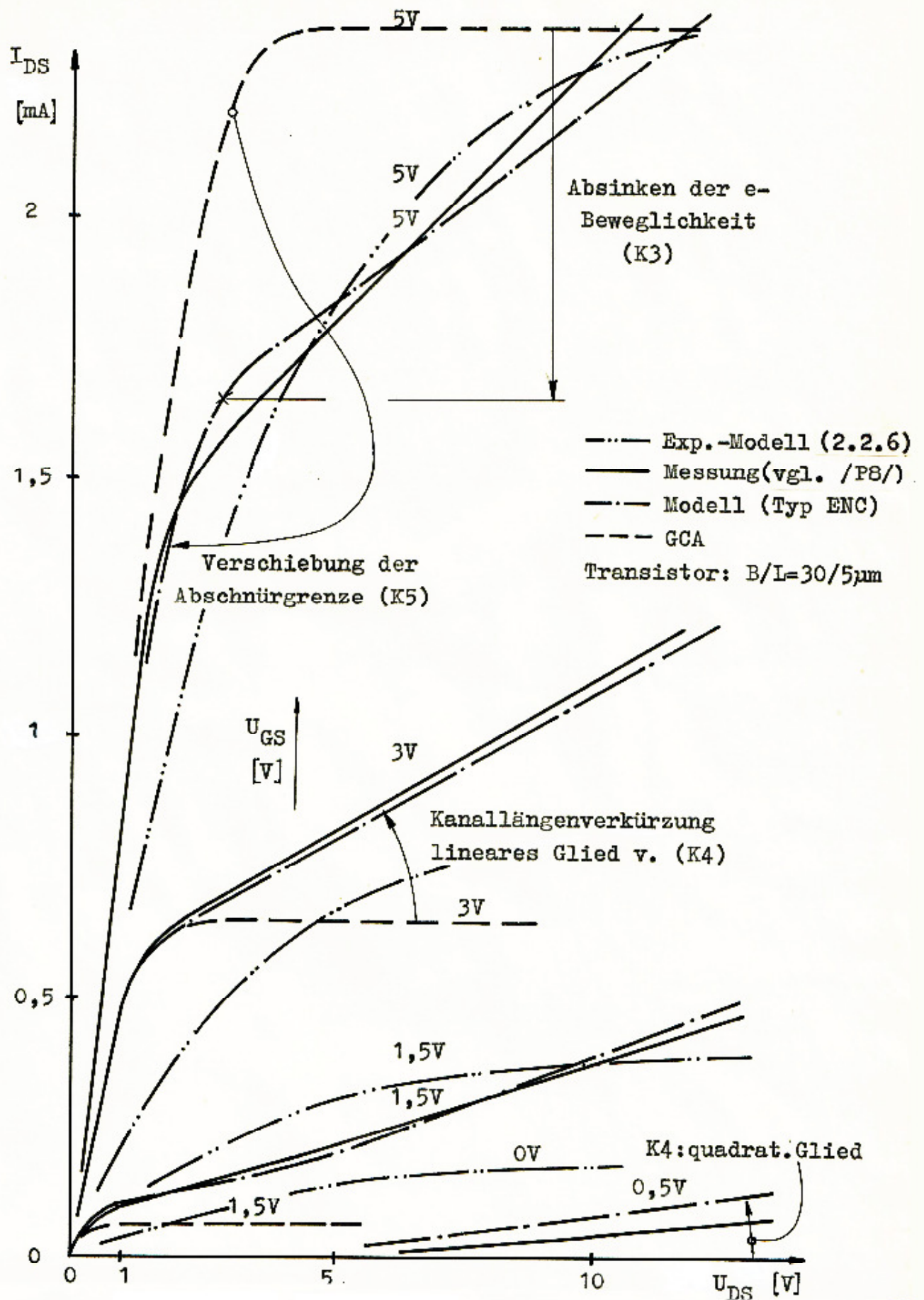


Abb.2.1-2: Modellverbesserungen am GCA-Grundmodell (nach /H10/).

2.2 Ungeteiltes Transistormodell

Die Untersuchungen zur Auffindung eines geschlossenen Gattermodells beginnt mit der Aufstellung von ungeteilten, d.h. analytischen Näherungen der Transistorkennlinien von N- und P-Kanal-Transistor. Ziel der Arbeiten ist es, über analytische Rechnungen und Reihenentwicklungen zu einer einteiligen, statischen Transfercharakteristik des Gatters zu gelangen. Die im Laufe der Arbeiten dazu entstandene Tafel von zu Differenzen komplementäre Funktionen identischen, einfacheren Funktionen ist in der Anlage 2 festgehalten.

Die Differenz komplementärer Funktionen äußert sich schaltungstechnisch in der CMOS-Technologie als Differenz der Ströme von N- und P-Kanal-Zweig. Der Differenzstrom zwischen beiden Zweigen ist nach dem 1. Kirchhoffschen Satz gleich dem zur Ladung der Lastkapazität C_L nutzbaren Ausgangsstrom I_a .

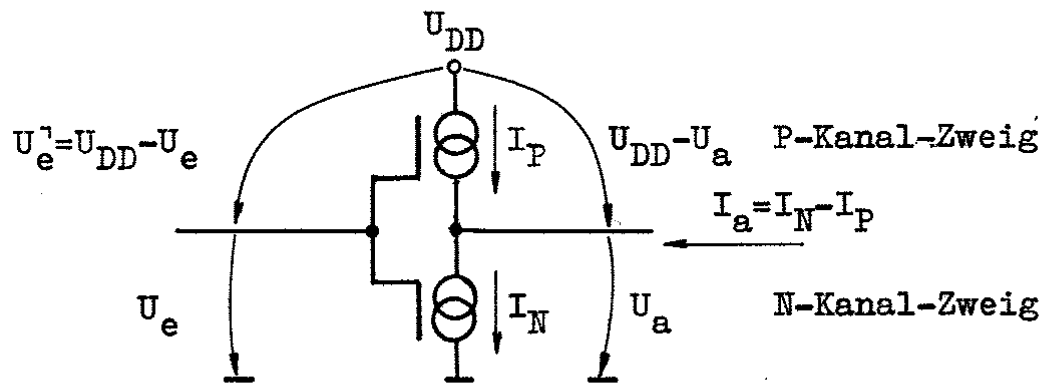


Abb.2.2-1: Komplementäre Spannungen am CMOS-Inverter.

Kennzeichen von gewöhnlichen CMOS-Gattern ist es, daß jeweils zwei zueinander komplementäre Transistoren vom gleichen Eingangspotential U_e und vom gleichen Ausgangspotential U_a gesteuert werden. Die Modellstromquellen I_N bzw. I_P der Zweige sind als Funktionen zueinander komplementärer Variabler aufzufassen:

$$I_N = f(U_e, U_a) \quad (2.2.1)$$

$$I_P = f(U_e^1, U_a^1) \quad (2.2.2)$$

mit $U_e^1 = U_{DD} - U_e \quad (2.2.3)$

$$U_a^1 = U_{DD} - U_a \quad (2.2.4)$$

Folglich gilt für den Ausgangsstrom I_a des Gatters:

$$I_a = I_N - I_P = f_N(U_e, U_a) - f_P(U_e^1, U_a^1). \quad (2.2.5)$$

Voraussetzung zur Nutzung der in Anlage 2 aufgeführten Identitätstabelle ist ein ungeteiltes Kennlinienfeld des Transistors. In Abb.2.12 ist eine Approximation des Transistorkennlinienfeldes durch eine analytische Funktion vom Exponentialtyp (vgl. auch /M15/) dargestellt. Es ist zu erkennen, daß im Bereich niedriger Drain-Source-Ströme I_{DS} relative Modellfehler von mehreren tausend Prozent entstehen.

Aufgrund der Verknüpfung von N- und P-Zweig des Gatters wirken diese Fehler als absolute Fehler. Demzufolge ist es für ein Glatmodell zur Herleitung der geschlossenen CMOS-Gatter-Kennlinie erforderlich, daß insbesondere der Bereich hoher Drain-Source-Ströme gut approximiert wird, da dessen Absolutfehler den Fehler des Ausgangsstromes I_a bestimmt.

Die reale Transistorkennlinie in Abb.2.12 wurde /P8/ entnommen. Die zugehörige Exponentialmodell-Kennlinie wird durch die Funktion

$$I_{DS} = \frac{B}{L} I_0 \left(\exp \frac{U_{GS}}{N U_T} \right) \left(1 - \exp \left(- \frac{U_{DS}}{M U_T} \right) \right) \quad (2.2.6)$$

mit den Konstanten

$$\frac{B}{L} I_0 = 0,1847 \text{mA}$$

$$U_T = 0,0258 \text{V}$$

$$N = 75$$

$$M = 140$$

charakterisiert. Die Einführung einer Schwellspannung U_p entfällt, da

$$e^{x-b} = \frac{e^x}{e^b} = a e^x \quad \text{mit } a = e^{-b} \quad (2.2.7)$$

gilt.

Die Schwellspannung ist stets als die Spannung definiert, bei der die lineare Abhängigkeit $\log I_{DS} = k U_{GS}$ des Stromes von der Gatespannung nicht mehr gilt. Mit dem Exponentialmodell gilt diese lineare Beziehung bei logarithmischer I_{DS} -Darstellung stetig.

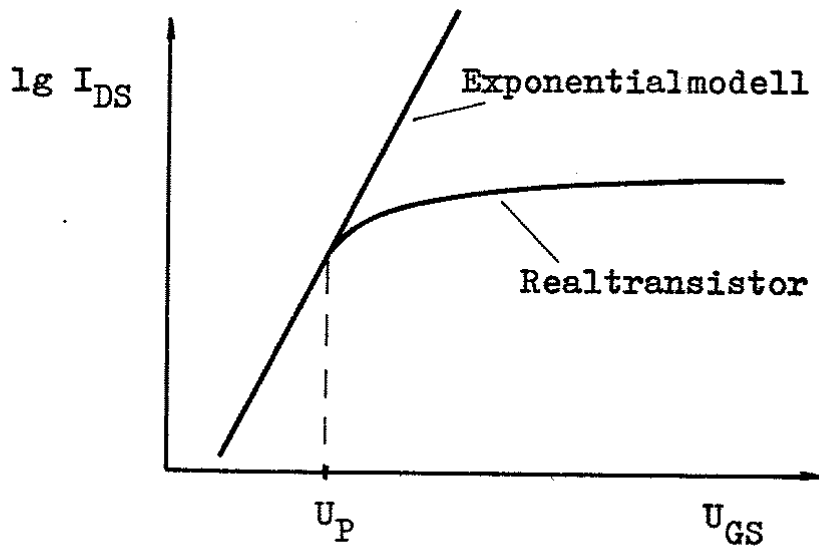


Abb.2.2-1

In Abb.2.2-1 ist zu erkennen, daß die Kennlinien für große U_{GS} parallel zur Abszisse laufen. Mit der Addition eines Zusatzterms zum Gatespannungsterm wird erreicht, daß das Modell den Einfluß der Kanallängenverkürzung (punch through) wiedergibt.

$$I_{DS} = \frac{B}{L} I_0 \left(\exp \frac{U_{GS}}{N U_T} - \exp \frac{U_{GS} U_{DS}}{K U_T} \right) \left(1 - \exp \frac{-U_{DS}}{M U_T} \right) \quad (2.2.8)$$

Unter Nutzung des so gewonnenen Modells ist es unter Zuhilfenahme der Identitäten (s. Anlage 2) prinzipiell möglich, ein geschlossenes Gattermodell herzuleiten.

Eine vom Autor vorgenommene Herleitung weist allerdings prinzipielle Mängel auf.

- Das vorgestellte Exponentialmodell verfälscht die Inverterschwellspannung U_{Inv} des Gatters stark.
- Bereits das Transistormodell besitzt rein empirischen Charakter (man betrachte dazu den Wert von N , M und $B I_0/L$ - es handelt sich um empirische Größen);
- Die entstehenden Formeln sind aufgrund ihrer Komplexität von begrenztem Aussagewert.

Folglich erscheint es ratsamer, auf dem Niveau des Gatters selbst ein empirisches, auf am Realgatter meßbaren Konstanten basierendes Gattermodell herzuleiten, das sich durch größere Einfachheit auszeichnet.

2.3. Approximation der Verstärkungsfunktion

Die Funktion der Spannungsverstärkung v

$$v = - \frac{d U_a}{d U_e} = f(U_e) \Big|_{U_{Inv}} \quad (2.3.1)$$

des Gatters im Arbeitspunkt $U_a = U_e = U_{Inv}$ wurde bei ausgangseitigem Leerlauf ($I_a = 0$) untersucht. Die gewählte Modellierung mit einer Gaußschen Glockenfunktion erwies sich als hinreichend exakt, jedoch gibt es keine Möglichkeit, die Differentialgleichung der Glockenfunktion in die gesuchte Gattergleichung zu integrieren, das sog. Gaußsche Fehlerintegral ist nur diskretisiert integrierbar. Eine gefundene Addition zweier Gaußglocken approximiert die Gatterkennlinie dagegen sehr gut. Anhand der Betrachtungen läßt sich der komplizierte Charakter der realen Gatterfunktion erkennen.

Um einen Ansatz für eine nicht in Arbeitsbereiche geteilte Differentialgleichung des Gatters zu finden, wurden die Kennlinien analog zur Herleitung des MOS-Transistormodells auf numerischem Wege differenziert. Die erste Ableitung erschien für eine Modellbeschreibung geeignet, da sie eine im mathematischen Sinne "einfachste" Funktion darzustellen scheint. Es wurde mit numerischen Differentiationsformeln /B15/ S. 805 gearbeitet:

$$y'(i) = \frac{1}{2h} (-y_{i-1} + y_{i+1}) \quad (2.3.2)$$

$$y''(i) = \frac{1}{h^2} (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) \quad (2.3.3)$$

$$y'''(i) = \frac{1}{2h^3} (-y_{i-2} + 2y_{i-1} - 2y_{i+1} + y_{i+2}) \quad (2.3.4)$$

$$y = U_a(U_e), \quad \Delta U_e = h.$$

Die zweite und dritte Ableitung wurden berechnet, um Hinweise auf Wendepunkte zu erhalten. Die sich ergebende erste Ableitung der Kennlinie $I_A = 0$ ist in Abb.23-1 eingetragen. An eine diese Funktion beschreibende Differentialgleichung werden folgende physikalisch relevanten Anforderungen gestellt:

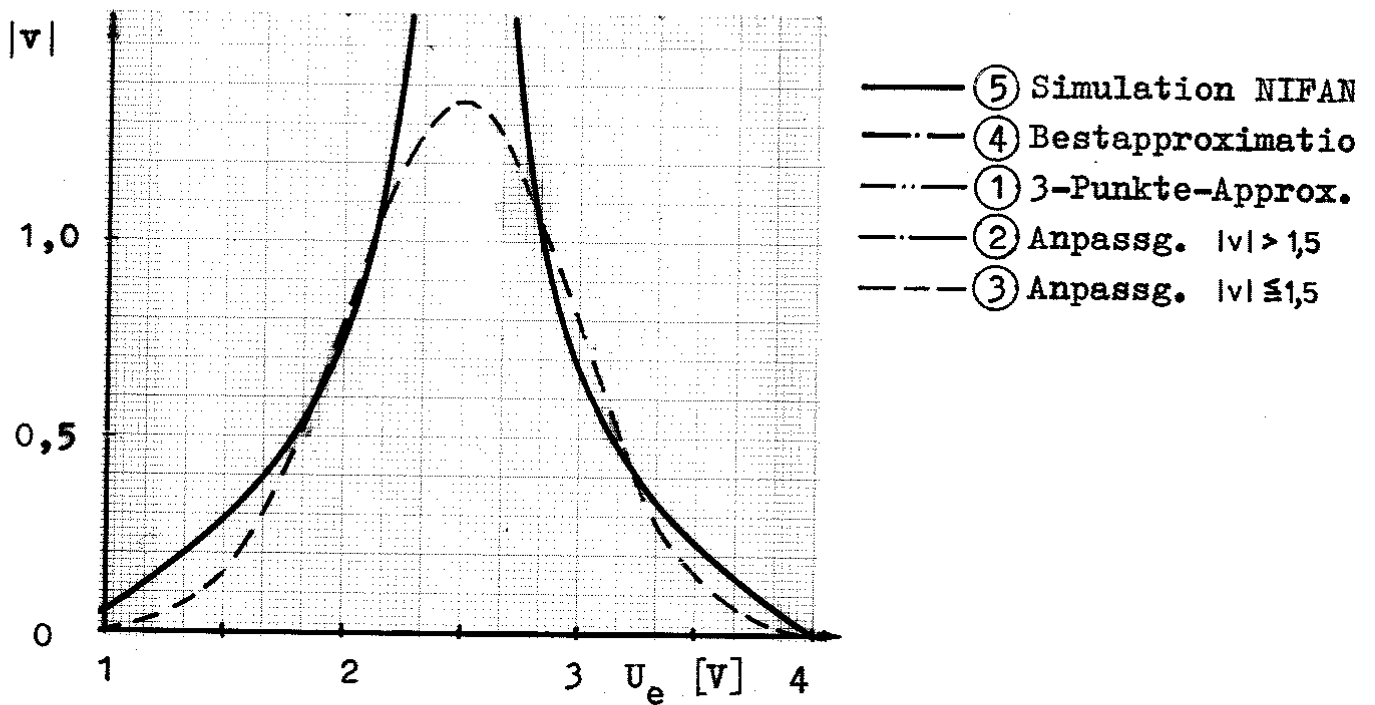
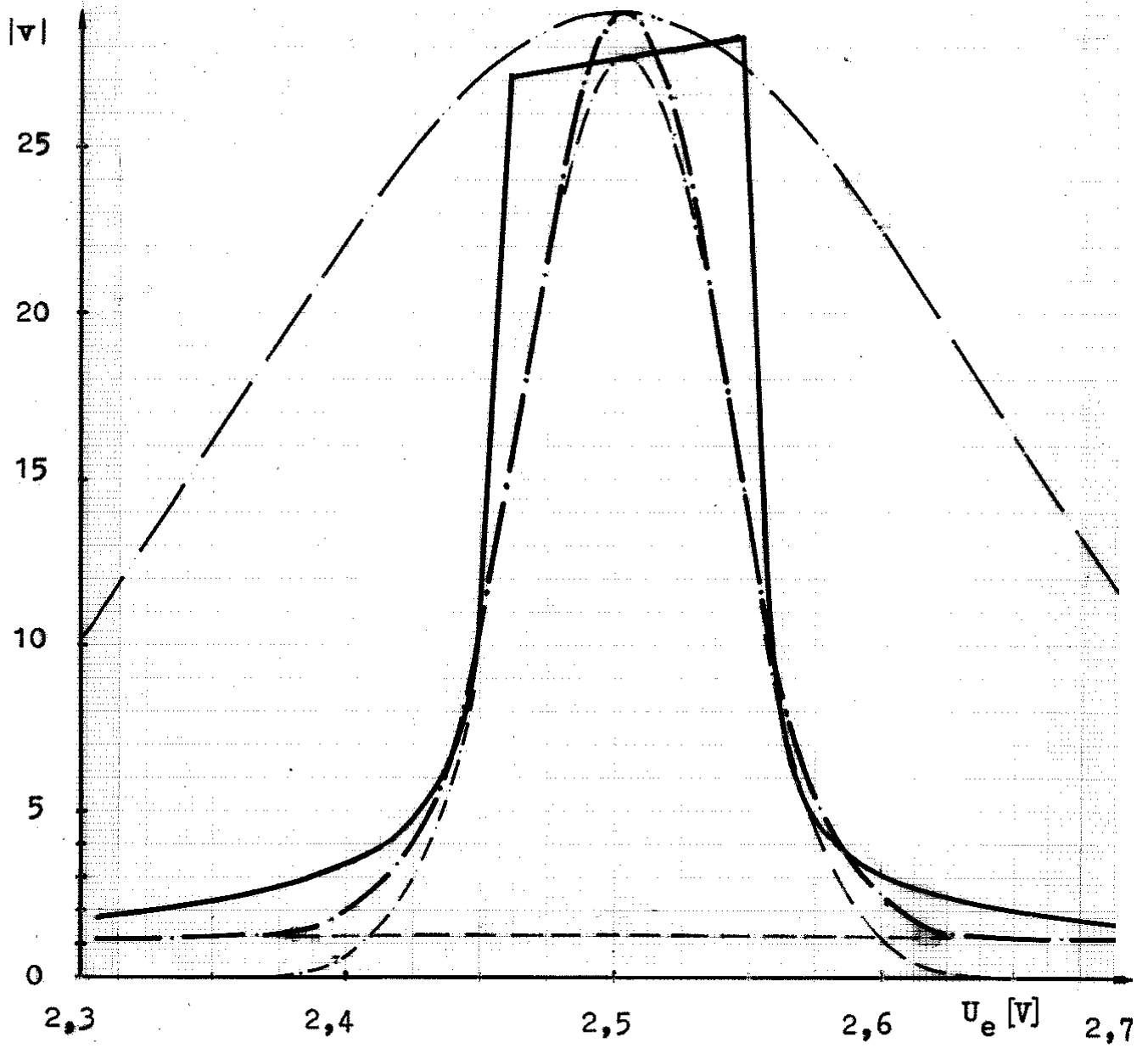


Abb.2.3-1: Approximation der Verstärkungscharakteristik $v = dU_a / dU_e$ bei ausgangsseitigem Leerlauf $I_a = 0$ des Inverters SYNEG (s.Anlage), $U_{DD} = 5V$.

- a) die Ableitung $|dU_a / dU_e|$ muß links- und rechtsseitig des Maximums $|v_o|$ verschwinden;

$$\lim_{U_e \rightarrow \pm\infty} |dU_a / dU_e| = 0 \quad (2.3.5)$$
- b) die Eckwerte $|dU_a / dU_e| = \pm 1$ (Verstärkung = 1) und $|dU_a / dU_e| = v_o$ sind zu treffen;
- c) die Kurvenkrümmung ist qualitativ möglichst genau nachzubilden. Es wird deutlich, daß bereits die erste Ableitung der Gatterfunktion eine erheblich kompliziertere Funktion darstellt, als die aus der Herleitung z.B. des MOS-Transistormodells bekannte Funktion.

Polynomfunktionen zur Nachbildung der Gatterdifferentialgleichung scheiden aus dem Grunde a) aus; mit mehreren, addierten Gauß-Glockenkurven ist die Gatterfunktion zwar hinreichend beschreibbar, indes ist die Nutzung für die Erstellung von Netzwerkanalysen ausgeschlossen.

Abb. 23-1 verdeutlicht die Kompliziertheit der Gatterfunktion.

Die Form des Daches der Realkurve 5 zeigt, daß die Gatterfunktion tatsächlich äußerst schwierig zu beschreiben ist. Das abgechrägte Dach charakterisiert, daß sich in diesem Bereich beide Transistoren, P- und N-Kanal Transistor, im Einschnürbereich befinden.

Kurve 1 in Abb. zeigt eine Gauß-Glockenkurven-Approximation die in den Punkten $v_o = -29$ und $v = -1$ ($U_{e1} = 2,1397V$ und $U_{e2} = 2,8603V$) der Simulation (Kurve 4) angepaßt ist. Mit dem Ansatz

$$v = \frac{dU_a}{dU_e} = v_o \exp\left(-m \left(\frac{U_e - U_{Inv}}{\Delta U}\right)^2\right) \quad (2.3.6)$$

ergibt sich der Anstieg m mit $U_{Inv} = 2,50V$ aus

$$v_x = v_o e^{-m} \quad (2.3.7)$$

mit $U = U_{Inv} - U_{e1} = U_{e2} - U_{Inv} = \frac{1}{2} (U_{e2} - U_{e1}) = 0,3603$ und

$v_x = -1$ (Anpaßstelle) zu

$$m = \ln\left(\frac{v_x}{v_o}\right) = 3,3673 \quad (2.3.8)$$

Kurve 1 zeigt folglich die Funktion

$$v = \frac{dU_a}{dU_e} = -29 \exp\left(-3,3673 \left(\frac{U_e - 2,5V}{0,3603V}\right)^2\right) \quad (2.3.9)$$

In Abb.23-2 ist die Ermittlung der Anpaßpunkte verdeutlicht. Ist es möglich,

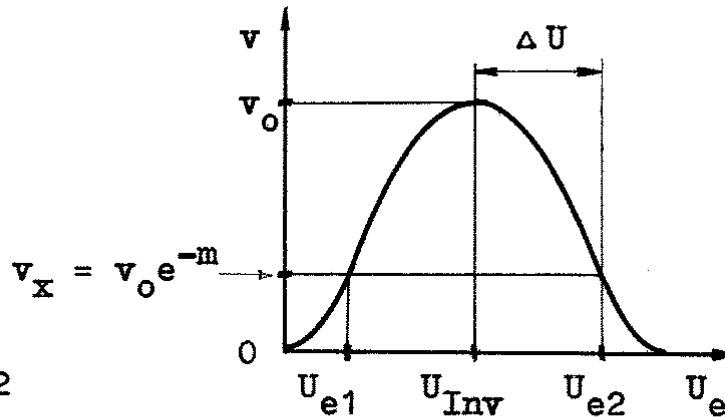


Abb.2.3-2

die Abszissenwerte U_{e1} , U_{e2} dem Ordinatenwert v_0/e zuzuordnen, entfällt die Bestimmung des Anstiegsfaktors ($m = 1$).

Aus Abb.23-2 ist zu erkennen, daß die Gatterfunktion $v = f(U_e)$ durch Gleichung 2.3.9 nur ungenügend approximiert wird.

Kurve 2 Abb.23-2 zeigt eine Approximation des Einschnürbereiches der Transistoren. Dieser Kurve kann additiv Kurve 3 überlagert werden. Kurve 3 wurde an die Verstärkungen $v_1 = v_3 = (1/e)v_0$, $v_2 = -27,64$ ($e = 2,718\dots$) angepaßt; Kurve 2 wurde an die Punkte $v_1 = v_3 = -1$, $v_2(U_{Inv}) = -1,36$, $v_4 = v_5 = 0,5$ angepaßt. Die Addition von 2 und 3 ergibt eine über den gesamten Arbeitsbereich befriedigende Approximation 4 der realen Gatterkennlinie 5.

Für die Kurve 4 gilt

$$v = -\left(1,36 \exp\left(-\frac{U_e - 2,5V}{0,63V}\right) + 27,64 \exp\left(-\frac{U_e - 2,503V}{0,0535V}\right)\right) \quad (2.3.)$$

Kurve 4 paßt die Invertercharakteristik 5 in sieben Arbeitspunkten - $v = (0,5; 1; 10,7; 29; 10,7; 1; 0,5)$, von kleinen U_e beginnend, an.

Die reale Transfercharakteristik des Inverters 5 bei ausgangsseitigem Leerlauf ($I_a = 0$) des Inverters wurde am durch Einstellung des Breitenverhältnisses von P- und N-Kanal Transistor symmetrierten Inverter SYNEG (s. Anlage) gewonnen.

2.4. Statisches Transferkennlinienfeld

Der Spezialfall der allgemeinen Transfercharakteristik des CMOS-Gatters ist aus der Literatur bekannt: Zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung (U_e , U_a) des Gatters läßt sich für den Fall, daß der Ausgangsstrom gleich Null ist, eine Transferfunktion angeben die im Intervall von $0 \leq U_e \leq U_{DD}$; $0 \leq U_a \leq U_{DD}$ definiert ist. Um die Frage nach einer "Ausgangsstromfunktion" des Gatters $I_a = f(U_e, U_a)$ zu beantworten, wurden Simulationen in Abhängigkeit vom Ausgangsstrom als Parameter durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Simulationen sind in den Abb. 2.4-2 u. -3 dargestellt.

Es wird deutlich, daß die allgemeine Stromfunktion des Gatters in interessierenden Arbeitsgebiet relativ einfach beschreibbar zu sein scheint, verglichen mit den Kennlinienfeldern der Einzeltransistoren.

Zum besseren Verständnis wurden die am realen Gatter stets vorhandenen Substratdioden in der Simulation nicht berücksichtigt. Aus dem so gewonnenen statischen Transferkennlinienfeld läßt sich erkennen, daß die Modellierung des Gatters mit einem Gatterkennlinienfeld im Gegensatz zur Modellierung durch Einzeltransistoren prinzipiell auch durch einen einzigen Netzwerkzweig erfolgen kann vorausgesetzt, ein solches Gattermodell ist hinreichend genau, und die bei der Modellierung von Logikgattern mit mehreren Eingängen auftretenden Probleme sind lösbar.

In Abb. 2.4-1 ist die zur Simulation benutzte Testschaltung dargestellt.

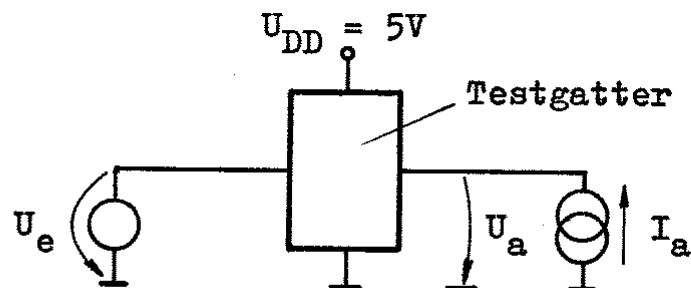


Abb. 2.4-1: Meßschaltung zur Aufnahme des statischen Transferkennlinienfeldes.

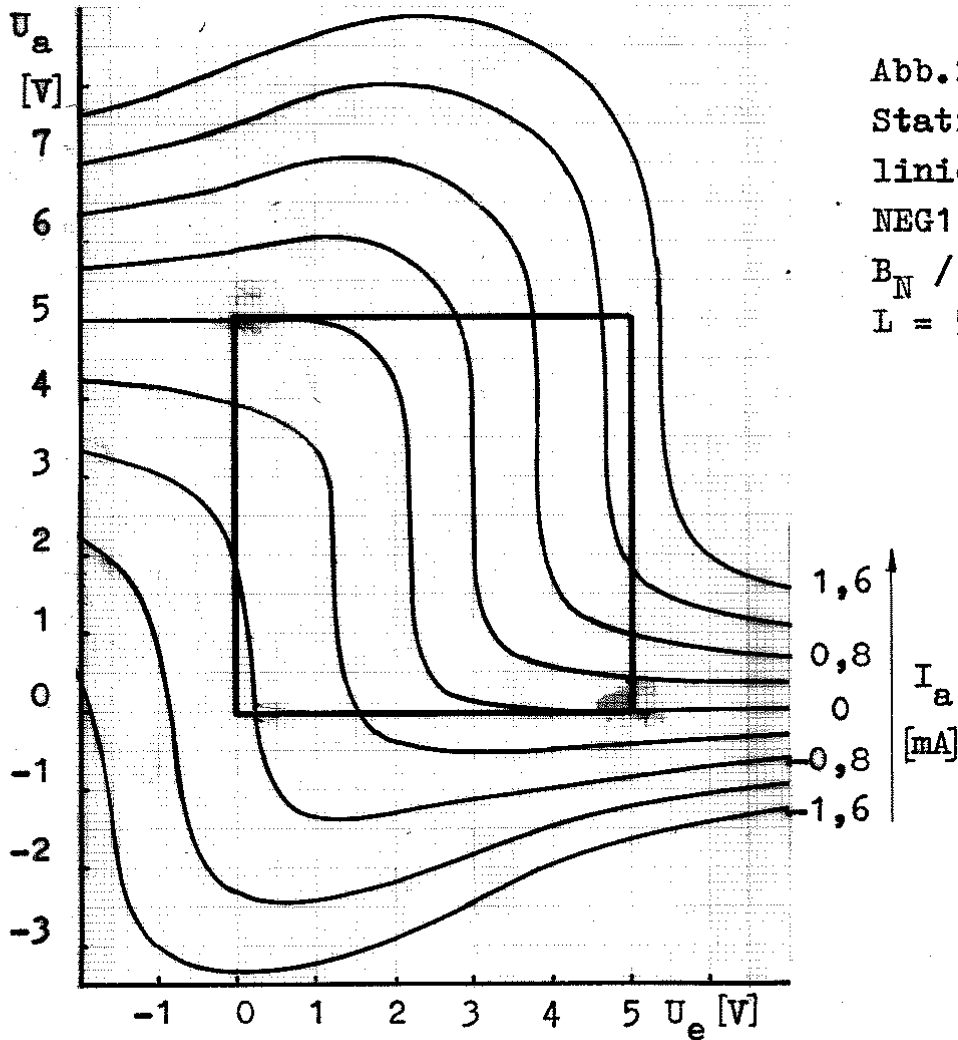


Abb.2.4-2

Statisches Transferkennlinienfeld des Inverter NEG1.

$B_N / B_P = 38/62 \mu\text{m}$,
 $L = 5 \mu\text{m}$.

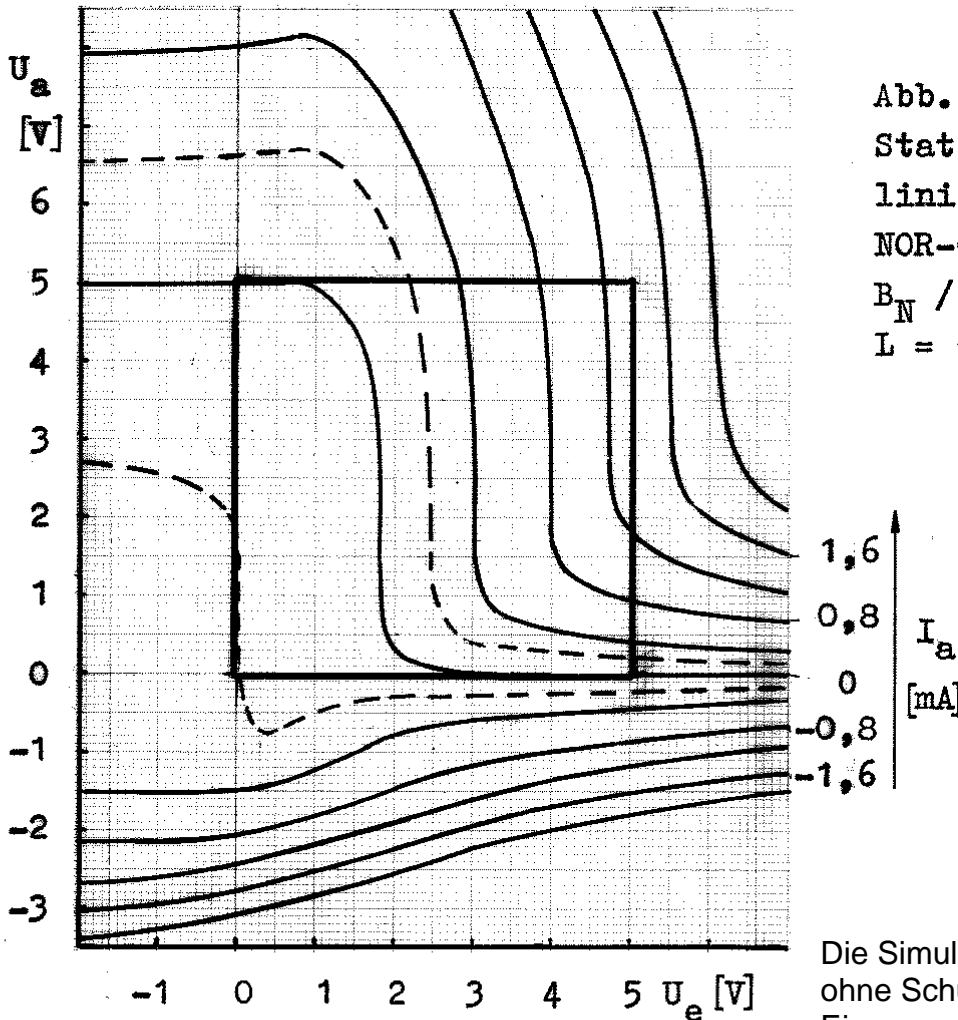


Abb.2.4-3

Statisches Transferkennlinienfeld des 4-fach NOR-Gatters NO4.

$B_N / B_P = 38/62 \mu\text{m}$,
 $L = 5 \mu\text{m}$.

Die Simulation erfolgte ohne Schutzdioden am Eingang und Ausgang!

2.5. Statisches Gattermodell

Das statische Transferkennlinienfeld des MOS-Inverters

$I_a = f(U_e, U_a)$ bzw. $U_a = f(U_e, I_a)$ soll unter Berücksichtigung der Hauptparameter des Gatters (maximale Verstärkung v_0 , Inverteschwellspannung U_{Inv} , Betriebsspannung U_{DD} , Ausgangslevel U_{ao}) approximiert werden.

Zunächst wird die Transferfunktion für ausgangsseitigen Leerlauf des Gatters ($I_a = 0$) bestimmt. Zwischen den Grenzwerten $-\infty < U_e < \infty$ hat die Funktion $U_a(U_e)$ den Spannungsbereich $U_{DD} - 0 = U_{DD}$ zu durchlaufen.

$$\lim_{U_e \rightarrow -\infty} U_a - \lim_{U_e \rightarrow +\infty} U_a = U_{DD} = U_{Hub} \quad (2.5.1)$$

Als Ansatz für die Transferfunktion wird eine Distribution der Sprungfunktion (vgl. auch /D13/ S. 28) mit den Normierungen $x = U_e / U_{DD}$ und $y = U_a / U_{DD}$ gewählt.

$$y = \frac{1}{1 + g^{nx}} \quad \text{heute heißt die Sigmoid-Funktion} \quad (2.5.2)$$

$y = \text{Sigm}(x)$

Die Funktion ist im Bereich $0 \leq y \leq 1$ definiert. Für $x = 0$ folgt $y = 1/2$.

Zunächst interessiert die Ableitung der Funktion für $x = 0$ (Bereich maximaler Verstärkung v_0). Dazu wird mit der Kettenregel differenziert:

$$y(r) = \frac{1}{r} \quad (2.5.3)$$

$$r(s) = 1 + g^s \quad (2.5.4)$$

$$s(x) = nx \quad (2.5.5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy(r)}{dr} \cdot \frac{dr(s)}{ds} \cdot \frac{ds(x)}{dx} \quad (2.5.6)$$

$$= -\frac{1}{r^2} \cdot g^s (\ln g) \cdot n \quad (2.5.7)$$

$$= -\frac{1}{(1 + g^{nx})^2} \cdot g^{nx} (\ln g) \cdot n \quad (2.5.8)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{n \ln g}{2 + g^{-nx} + g^{nx}} \quad (\text{Sigm}'(x)) \quad (2.5.9)$$

Der interessierende Wertebereich liegt zunächst in den Intervallgrenzen von $0 \leq y \leq 1$ und $-0,5 \leq x \leq 0,5$. Mit $x = 0$ folgt eine Beziehung zur Einstellung der maximalen Verstärkung v_0 :

$$v_0 = \frac{d y(0)}{d x} = -\frac{n}{4} \ln g, \quad x = 0 \quad (2.5.10)$$

Für den Sonderfall $g = 2,718\dots = e$ folgt:

$$n = -4 v_0; \quad g = e = 2,718\dots \quad (2.5.11)$$

Da das Produkt $n \cdot \ln g$ konstant sein muß, ist die Form der Gattergleichung frei wählbar. Die zweite Ableitung zeigt, daß die Krümmung unter der Voraussetzung $n \cdot \ln g = \text{const.}$ eine Konstante darstellt:

$$y'(x) = -\frac{n \ln g}{2 + g^{-nx} + g^{nx}} \quad \text{mit} \quad (2.5.12)$$

$$y'(u) = -n \ln g \frac{1}{u} \quad (2.5.13)$$

$$u(v) = 2 + g^{-v} + g^v \quad (2.5.14)$$

$$v(x) = n x. \quad (2.5.15)$$

Die Kettenregel lautet:

$$\frac{d}{d x} y'(x) = y''(x) = \frac{d y(u)}{d u} \cdot \frac{d u(v)}{d v} \cdot \frac{d v(x)}{d x} \quad (2.5.16)$$

$$= -\left(-\frac{1}{u^2} n \ln g\right) \cdot (g^{-v} \ln g + g^v \ln g) \cdot n \quad (2.5.17)$$

$$y''(x) = \frac{n^2 \ln g \cdot \ln g (g^{-nx} + g^{nx})}{4 + g^{-2nx} + g^{2nx} + 4 g^{-nx} + 4 g^{nx} + 2} \quad (2.5.18)$$

Im Punkte $x = 0$ ergibt sich die Krümmung zu

$$y''(0) = \frac{2 n^2 (\ln g)^2}{10} = \frac{1}{5} (n \ln g)^2. \quad (2.5.19)$$

Für $n \cdot \ln g = \text{konst.} = C$ (Forderung aus der ersten Ableitung) fol.

$$y'' = \frac{1}{5} C^2 \quad (2.5.20)$$

d.h. die Krümmung der Funktion ist unbeeinflußbar fixiert mit der Festlegung des Anstiegs $y' = v_0 = \text{konst.}$ Es zeigt sich, daß die reale Kennlinienkrümmung wesentlich stärker als die des Modells ist.

Als Ansatz wird $g = e$ und $n = -4 v_0$ gewählt. v_0 ist im Modell die am Gatter meßbare Leerlaufverstärkung für $U_a = U_{DD}/2$.

$$y = \frac{1}{1 + e^{-4 v_0 x}} \quad (v_0 \text{ ist negativ einzusetzen!}) \quad (2.5.21)$$

Einstellung der Inverterschwelle U_{Inv} :

Das Koordinatensystem (x, y) wird um den Wert U_{Inv}/U_{DD} nach links verschoben (Abb.2.5-1).

$$x^* = x - \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} \quad (2.5.22)$$

$$x^* = \frac{U_e}{U_{DD}} - \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} \quad (2.5.23)$$

Mit diesem Ansatz kann die Inverterschwelle, die in der Realität zu $U_e = U_a = U_{Inv}$ definiert ist, im Modell nur näherungsweise für $v_0 \gg 1$ eingestellt werden, denn sie ist auf $U_a = U_{DD}/2$ fixiert. Der Ansatz sichert, daß die Grenzwerte der Gatterkennlinie des ausgangsseitig leerlaufenden Gatters eingehalten werden:

$$\lim_{U_e \rightarrow \pm \infty} U_a \quad \Big| \quad I_a = 0 = \begin{cases} 0 \\ U_{DD} \end{cases} \quad (2.5.24)$$

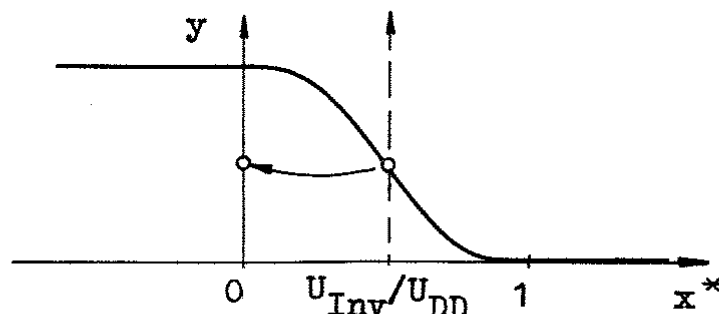


Abb.2.5-1

Einbeziehung des Ausgangsstromes:

Der Ausgangsstrom I_a wird auf den Strom I_o , den maximalen, ausgangsseitigen Kurzschlußstrom des Gatters, normiert.

$$i = \frac{I_a}{I_o} \quad (2.5.25)$$

Aus dem Kennlinienfeld Abb.2.4-2 ist zu erkennen, daß die Kennlinie bei von Null abweichenden Strömen nahezu erhalten bleibt. Eine Koordinatenverschiebung entlang der Achse $y \approx x$ wird mit

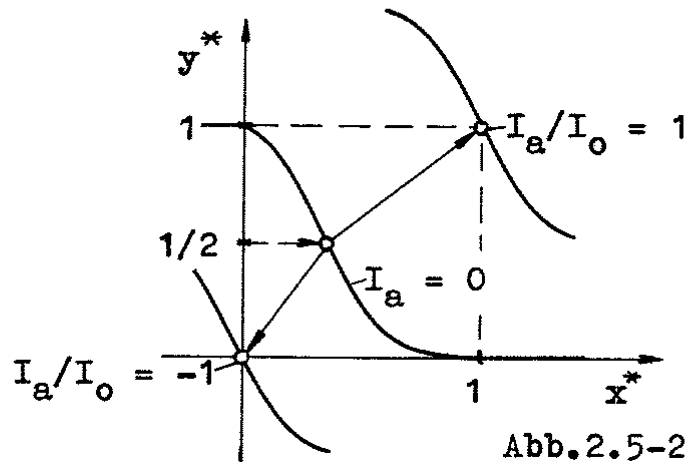


Abb.2.5-2

$$b = \frac{I}{2 I_o} \quad (2.5.26)$$

$$y^* = y - b \quad (2.5.27)$$

$$x^* = x - a \quad (2.5.28)$$

erreicht.

Korrektur der Inverterschwelle:

Für eine stark von $U_{DD}/2$ abweichende Inverterschwelle U_{Inv} ergä die Verschiebung entlang der Geraden $y = x$ für $y = x = 1$ bzw.

$y = x = 0$ nur näherungsweise den physikalisch diesen Punkten zugeordneten Stromwert $I_a/I_o = 1$ bzw. $I_a/I_o = -1$.

Für $I_a/I_o = 1$ soll das Argument der im Nenner von Glg.2.5.21 stehenden Exponentialfunktion durch Einführung einer Korrekturfunktion z verschwinden.

$$\left(\frac{U_e - U_{Inv}}{U_{DD}} - \frac{I_a}{2 I_o} z \right) = 0. \quad (2.5.29)$$

Mit $U_e = U_{DD}$, $I_a/I_o = 1$ folgt:

$$z = 2 \left(1 - \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} \right). \quad (2.5.30)$$

Ebenso soll für $I_a/I_o = -1$ das Argument der Exponentialfunktion verschwinden. Mit dem Randwert $U_e = 0$ ergibt sich

$$z = 2 \frac{U_{Inv}}{U_{DD}}. \quad (2.5.31)$$

Die Rücksubstitution der Hilfskonstante z liefert mit den Randwerten $I_a/I_o = -1$ (P-Kanal-Zweig leitend) bzw. $I_a/I_o = 1$ (N-Kanal-Zweig leitend) die Stromkorrekturfunktion a

$$a = \frac{I_a}{2 I_o} z, \quad (2.5.32)$$

$$a = \begin{cases} \frac{I_a}{I_o} \left(1 - \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} \right) & \text{für } I \geq 0, \\ \frac{I_a}{I_o} \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} & \text{für } I < 0. \end{cases} \quad (2.5.33)$$

$$a = \begin{cases} \frac{I_a}{I_o} \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} & \text{für } I \geq 0, \\ \frac{I_a}{I_o} \left(1 - \frac{U_{Inv}}{U_{DD}} \right) & \text{für } I < 0. \end{cases} \quad (2.5.34)$$

Die Gleichung für die Approximation des statischen Transferkennlinienfeldes kann aufgestellt werden: $U_a = f(U_e, I_a)$:

$$U_a = U_{DD} \left(\frac{1}{1 + \exp \left(-4 v_o \left(\frac{U_e - U_{Inv}}{U_{DD}} - a \right) \right)} + \frac{I_a}{2 I_o} \right). \quad (2.5.35)$$

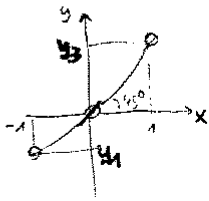
*wird
weitere*

(v_o ist negativ einzusetzen!)

Unterschiedliches Stromaufkommen der Zweige:

Aus dem Kennlinienfeld des Inverters NEG 1 (Abb.24-2) ist abzulesen, daß das Bezugsnormale I_o des Stromes eine zu beiden Seiten der Leerlauflinie ($I_a = 0$) etwa äquidistante, aber verschiedene Teilung des Kennlinienfeldes verursacht; HL- und LH-Flanke des Gatters besitzen unterschiedliche Flankengeschwindigkeiten. Es ist deshalb gerechtfertigt, den Strom I_o in Abhängigkeit von Vorzeichen des Stromes I_a zwischen den Werten $|I_{DSN}|$ und $|I_{DSP}|$ umzuschalten (Abb.2.5-3).

Glatzmodell der Stromversymmetrie: (erprobt)



- RW: 1) $y'(0) = 1$
2) $y(0) = 0$
3) $y(1) = y_3$
4) $y(-1) = y_1$

Ansatz:

$$y = a(x - x_0)^2 + b$$

Lösung:

$$y_1 - y_3 = -2 \quad ! \text{Zwangsbedingung!}$$

$$a = \frac{y_1 + y_3}{2}$$

$$b = \frac{1}{2(y_1 + y_3)}$$

$$x_0 = -\frac{1}{y_1 + y_3}$$

mit $-1 \geq x_0 \geq +1$
! sonst nicht monoton!

andere ausgedrückt:

$$x_0 = -\frac{1}{y_1 + y_3}$$

$$a = -\frac{1}{2x_0}$$

$$b = \frac{x_0}{2}$$

eingesetzt folgt Vereinfachung:

$$y = -\frac{1}{2x_0} (x - x_0)^2 + \frac{x_0}{2}$$

$$y = -\frac{x^2}{x_0} + x = x \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)$$

mit

$$x_0 = -\frac{1}{y_1 + y_3} \quad \text{und} \quad y_1 - y_3 = -2 \quad !$$

$$I_0^* = I_0$$

Ergänzung zu Gleichung (2.5.35 und 2.5.36) S. 27/28

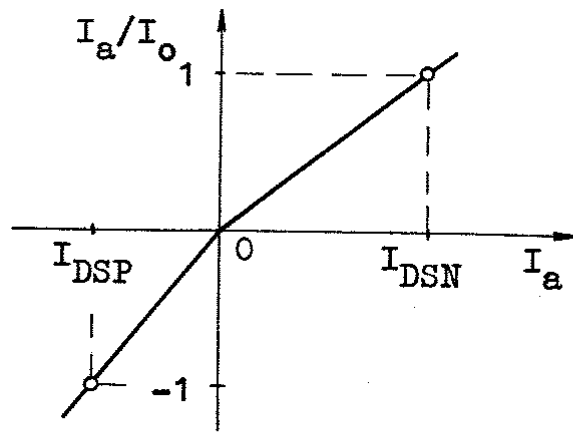


Abb.2.5-3

$$I_o = \begin{cases} |I_{DSN}| & \text{für } I_a \geq 0 \\ |I_{DSP}| & \text{für } I_a < 0 \end{cases} \quad (2.5.36)$$

I_{DSN} und I_{DSP} repräsentieren den Maximalstrom des N- bzw. P-Kanal Zweiges des Gatters. Für den CMOS-Inverter gilt:

$$I_{DSN} = |I_{DS}(U_{GS} = U_{DD}, U_{DS} = U_{DD})| \quad (2.5.37)$$

$$I_{DSP} = |I_{DS}(U_{GS} = -U_{DD}, U_{DS} = -U_{DD})| \quad (2.5.38)$$

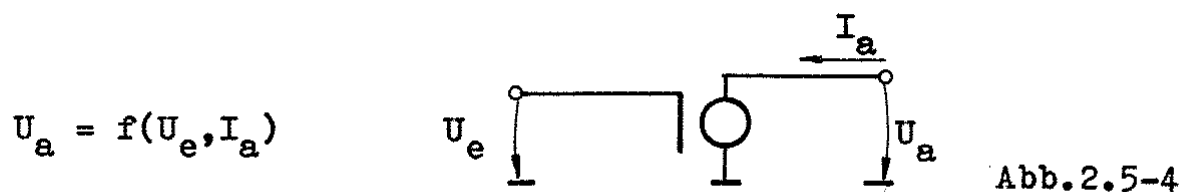
Die Approximation des statischen Transferkennlinienfeldes (2.5.3) ist in Abb.2.5-5 im Vergleich zu einem realen Kennlinienfeld dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Approximation maximal etwa um den Faktor 1,6 ($U_e = 5V$, $I_a = 0,2mA$), typisch jedoch unter 50% vom Realstrom abweicht.

Es wurden außer den in (2.5.35) stehenden Gatter-relevanten Parametern (U_{DD} , U_{Inv} , v_o , I_{DSN} , I_{DSP}) bislang keine weiteren Parameter gefunden, die als allgemeingültige Kriterien zur Charakterisierung des statischen Transferkennlinienfeldes in das Modell einbezogen werden können. Die in Abb.2.5-5 dargestellte Approximation des statischen Transferkennlinienfeldes wurde, um die Modellfehler gering zu halten, mit einer modifizierten Leerlaufverstärkung v_o vorgenommen. Im Gegensatz zur Realität wurde die Approximation mit einem Drittel der Leerlaufverstärkung berechnet, um die Modellgrenzen zu verdeutlichen. Die Kennlinienpunkte der Verstärkung $v = \pm 1$ (im Bild durch 45° -Schrägen angedeutet) können mit dem gegebenen Ansatz nur unzureichend modelliert werden, selbst wenn die Leerlaufverstärkung, wie in der Abbildung dargestellt, um den Faktor 3 reduziert wird. Die Bedeutung der geschlossenen

Darstellung liegt außer in ihrem pädagogischen Wert darin, daß gegenüber der Simulation auf Transistorniveau sowohl Speicherplatz für das Modell, wie auch Rechenzeit eingespart werden kann. Das Modell wäre für Technologien mit eingeschränktem Gattersortiment (CSGT-Standardzellentwurf) u.U. vorteilhaft einsetzbar. Der erhöhte Modellerstellungsaufwand kann durch geringere Simulationszeiten kompensiert werden.

Potentialverschiebungen des Plus- bzw. Masse-Anschlusses des Modells verhindern prinzipiell die Anwendung des Modells nicht. Sie wirken sich als Verschiebungen, Streckungen oder Stauchungen des Koordinatensystems aus.

In Abb.2.5-4 ist das Ersatzschaltbild des Modells angegeben.



Gegenüber klassischen Modellen besitzt das Modell eine Besonderheit. Die Modellgleichung ist explizit nicht nach I_a umstellbar, folglich versinnbildlicht das Modell eine Spannungsquelle U_a , die von der Eingangsspannung U_e , der Betriebsspannung U_{DD} und vom Ausgangsstrom I_a gesteuert wird.

Damit wird die Eigenschaft des Modells klar, die dessen Anwendbarkeit behindern kann. Ausgangsseitig darf das Modell nicht mit einer Spannungsquelle beaufschlagt werden (z.B. anderes Gatter), wenn das Modell in iterationsfreier Form in einem Timing-Simulator angewandt werden soll. Wird es hingegen in einem Iterationsprogramm benutzt, spielt dieser Nachteil keine Rolle, sofern der Iterationsalgorithmus die Nutzung gesteuerter Spannungsquellen gestattet. Zwischen zwei z.B. an einem bidirektionalen Bus liegende Gattern kann ein ohmscher Widerstand geschaltet werden, über den gesichert wird, daß die widersprüchliche Bedingung zweier unterschiedlicher Potentiale an einem Netzwerkknoten verhindert wird. Mit dem hier vorgestellten groben Modell steht der physikalisch orientierten Mathematik ein Werkzeug zur Verfügung, mit dem es in

den nächsten Jahren möglich sein könnte, die Gatterdynamik in analytischer Form herzuleiten. Dem Autor blieb dieser Weg bislang verschlossen. In Kap.5 wird gezeigt, daß dieses statische Modell mit wenigen Modellkonstanten geeignet ist, den gesamten Dynamikbereich des Gatters prinzipiell richtig wiederzugeben.

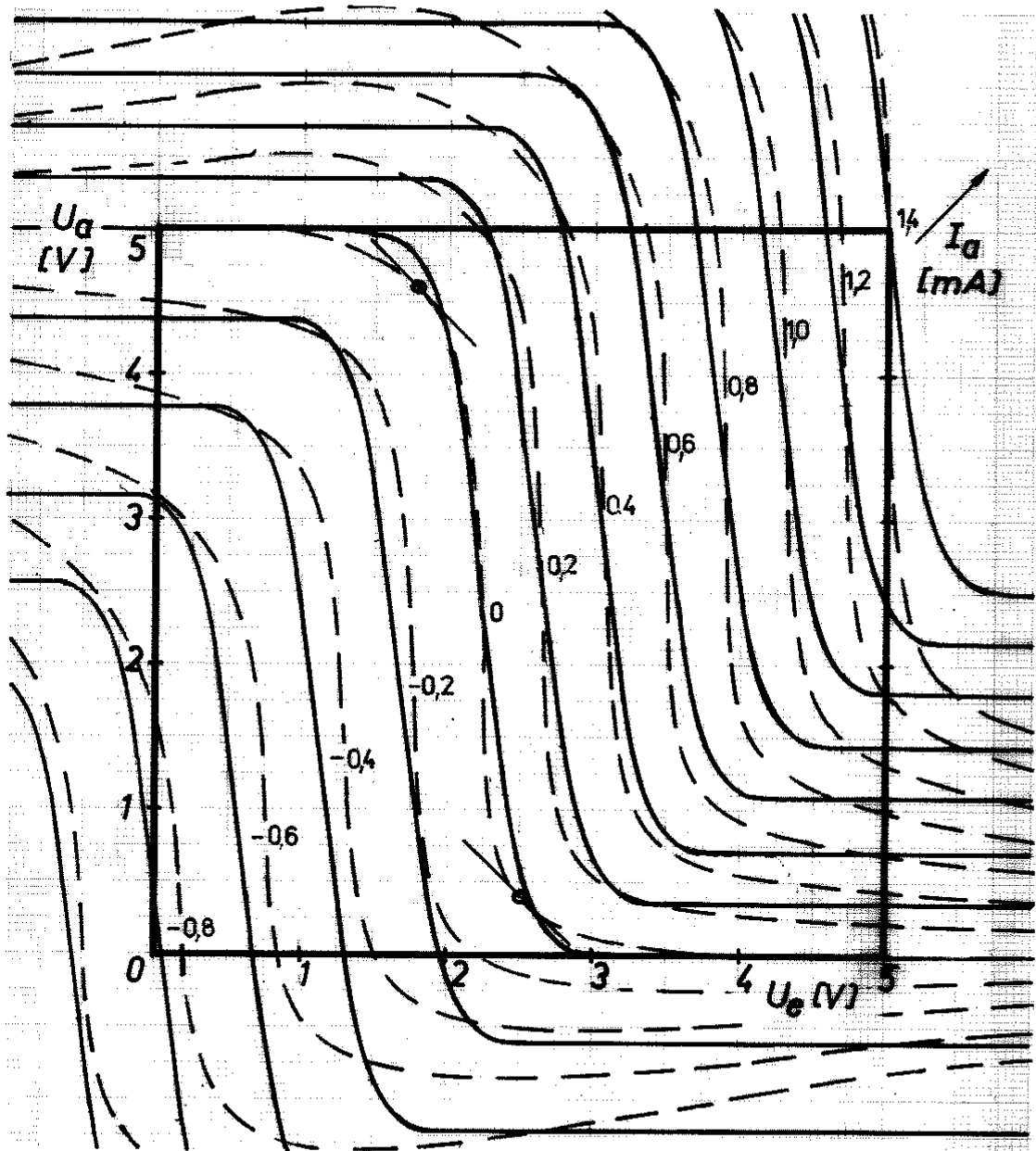


Abb.2.5-5: Modell des statischen Transferkennlinienfeldes des CSGT2-Inverters NEG1. Parameter: $v_o = -9$, $I_{DSN} = 1,4\text{mA}$, $I_{DSP} = -0,83\text{mA}$. — Modell, ---Simulation (ohne Substratdioden).

Die Simulation erfolgte ohne Schutzdioden am Eingang und Ausgang!